



DERS BİLGİ FORMU

FAKÜLTE / ENSTİTÜ ADI	Fen Edebiyat Fakültesi
BÖLÜM / PROGRAM / ANABİLİM DALI ADI	Matematik
DERSİN ADI	Lineer Cebir 2
DERSİN KODU	MAT1152
YEREL KREDİSİ	4
AKTS KREDİSİ	5
HAFTALIK DERS SAATİ	4
HAFTALIK UYGULAMA SAATİ	0
HAFTALIK LABORATUVAR SAATİ	0
ÖNKOŞULLAR	Yok
YARIYIL	Bahar
DERSİN DİLİ	İngilizce, Türkçe
DERSİN SEVİYESİ	Lisans
DERSİN TÜRÜ	Zorunlu @Matematik Lisans Programı
DERSİN KATEGORİSİ	Temel Meslek Dersleri
DERSİN VERİLİŞ ŞEKLİ	Yüz Yüze
DERSİ SUNAN AKADEMİK BİRİM	Matematik Bölümü
DERSİN KOORDİNATÖRÜ	Salim YÜCE
ASİSTAN(LAR)	Hamide Feyza AYKUT
DERSİN AMACI	Bu dersin amacı, öğrencilerin lineer dönüşümler, matris teorisi, çoklu-lineer (n-lineer) ve alterne dönüşümler çerçevesinde determinant fonksiyonu, lineer denklem sistemleri, özdeğerler, özvektörler ve köşegenleştirme gibi ileri düzey lineer cebir kavramlarını derinlemesine kavramalarına ve uygulamalarına yardımcı olmaktır. Ders aynı zamanda, öğrencilerin soyut matematiksel yapıların temel özelliklerini anlamalarına yardımcı olarak, öğrencilere, lineer dönüşümlerle matris temsilleri arasındaki ilişkiyi kurma; bu ilişkiyi teorik ve uygulamalı problemlerde kullanabilme ve özdeğer kavramı kullanılarak konik ve kuadratiklerin merkezile hale getirilmesi, yüzeylerin karakterizasyonu vb. uygulamaları ve bu kavramın disiplinlerarası uygulamalarını gerçekleştirebilme becerileri kazandırmayı amaçlamaktadır.
DERSİN İÇERİĞİ	Lineer dönüşümler, lineer dönüşüm ve matris ilişkisi; lineer denklem sistemleri; özdeğerler, özvektörler, köşegenleştirme ve Cayley-Hamilton Teoremi.
DERS KİTABI / MALZEMESİ / ÖNERİLEN KAYNAKLAR	Ders Kitabı: Yüce, Salim. <i>Lineer Cebir</i>. 8. baskı, Pegem Akademi Yayıncılık, 2025. Zorunlu Kaynaklar: [1] Thomas, George. B., Weir, Maurice D., Hass, Joel ve Giordano Frank R. Thomas' Calculus. (Çeviren: Recep Korkmaz). 11. baskıdan çeviri, Beta Yayıncılık, 2009. [2] Yüce, Salim. <i>Analitik Geometri</i>. 9. baskı, Pegem Akademi Yayıncılık, 2024. [3] Yüce, Salim. <i>Sayılar ve Geometri</i>. 1. baskı, Pegem Akademi Yayıncılık, 2020. [4] https://www.geogebra.org/materials.



	Önerilen Kaynaklar: Hacısalıhoğlu, H. Hilmi. <i>Lineer Cebir</i> . Ankara, 1985. Kolman, Bernard, Hill, David R. <i>Uygulamalı Lineer Cebir</i> . (Çeviri Editörü: Ömer Akın). 9. baskıdan çeviri, Palme Yayıncılık, 2010.	
Ders Öğrenim Çıktıları	Bu dersi başarıyla tamamlayan öğrenciler, 1. Lineer dönüşüm ve izomorfizm gibi temel kavramları tanımlayarak bu kavramların temel özelliklerini sınıflandırabileceklerdir. 2. Boyut teoremi, çekirdek ve görüntü kavramlarını kullanarak lineer dönüşümlerin yapısını analiz edebileceklerdir. 3. Soyut vektör uzaylarında $HOM(V,W)$, dual uzay ve benzerlik kavramlarını yorumlayabileceklerdir. 4. Matrisler ile lineer dönüşümler arasındaki ilişkiyi açıklayarak dönüşüm matrislerini farklı bazlar altında ifade edebileceklerdir. 5. Determinant fonksiyonunu n-lineer ve alterne dönüşüm çerçevesinde tanımlayarak bu fonksiyonun temel özelliklerini uygulayabileceklerdir. 6. Lineer denklem sistemlerini matris yöntemleri ve determinant temelli yöntemlerle çözebileceklerdir. 7. Özdeğer, özvektör ve karakteristik polinom kavramlarını kullanarak lineer dönüşümlerin ve matrislerin köşegenleştirilebilirliğini değerlendirebileceklerdir. 8. Cayley-Hamilton Teoremi'nin uygulamalarını yapabileceklerdir. 9. Soyut matematiksel düşünme yetkinliği geliştirerek teorik kavramları problem çözümüne uygulayabileceklerdir.	
DEĞERLENDİRME SİSTEMİ		
Etkinlikler	Sayı	Katkı Payı
Devam/Katılım: • İçerik: Öğrencilerin derse devam etmeleri ve katılmaları • Detaylı Değerlendirme Kriterleri: - Derse aktif katılım ve soru sorma - Sınıf-içi tartışmalara ve problem çözme süreçlerine katkı sağlayabilme	14	%5
Laboratuvar		
Uygulama (Sözlü Sınav): • İçerik: Öğrencilerden lineer cebir dersinin temel kavramlarını açıklamalarının ve uygulamalı bir soruya çözüm önerisi sunmalarının istenmesi • Format: Öğrenci ile bireysel olarak gerçekleştirilecek sözlü sınav (5-10 dakika) • Detaylı Değerlendirme Kriterleri: -Kavramları açıklayabilme -Problem çözebilme -Problem çözümlerini anlatabilme	1	%15
Arazi Çalışması		
Derse Özgü Staj		



Kısa Sınavlar/Stüdyo Kritiği (Zorunlu): • İçerik: Sınav haftasına kadar işlenen konuların tümünü kapsayan kapsamlı soruların sorulması • Format: Yüz yüze. Çoktan seçmeli kısa sınav (5-10 dakika) • Detaylı Değerlendirme Kriterleri: -Derste işlenen teorik konular ile ilgili problemleri çözebilme	6	%20
Ödev: • İçerik: Derste işlenen temel kavramların eleştirel biçimde yorumlanmasını ve ilgili kavramların disiplin-içi ve disiplinlerarası alanlarda örneklerinin bulunmasını içeren haftalık ödevlerin verilmesi • Format: Yazılı raporlar ve grup sunumları • Detaylı Değerlendirme Kriterleri: - Bir problemin çözüm sürecini mantıklı ve doğru bir şekilde yazabilme - Kavramların uygulamadaki örneklerini bulabilme - Uygulamalı düşünebilme, yorumlama ve gerekçelendirme süreçlerinin yürütülebilmesi		
Sunum/Jüri: • İçerik: Öğrencilerin kendi öğrenme süreçlerini değerlendirmelerinin ve grup sunumları yapmalarının istenmesi • Format: Grup sunumları • Detaylı Değerlendirme Kriterleri: -Öğrenilen konuların doğru bir şekilde açıklanabilmesi -Sunum tekniklerinin doğru kullanılması		
Proje: • İçerik: Öğrencilerden akademik dönem sonunda teslim edilecek bir proje önerisi (TÜBİTAK 2209 A/B) yazmalarının istenmesi • Format: Yazılı raporlar ve grup sunumları • Detaylı Değerlendirme Kriterleri: -Özgün bir araştırma konusunun bulunabilmesi -Bir araştırma önerisinin bilimsel ilkeler ve ilgili kılavuzlar doğrultusunda yazılabilmesi		
Seminer/Workshop		
Ara Sınavlar: • İçerik: Sınav haftasına kadar işlenen konuların tümünü kapsayan kapsamlı sorular • Format: Yüz yüze. Sınav (90 dakika) • Detaylı Değerlendirme Kriterleri: -Dersin temel kavramlarının anlaşıldığının gösterilmesi -Teorik konularla ilgili problemlerin çözülebilmesi -Teorik düşünme süreçlerinin yürütülmesi	1	%20
Final: • İçerik: Dersin tüm içeriğini kapsayan kapsamlı sorular	1	%40



- **Format:** Yüz yüze. Sınav (90 dakika)
- **Detaylı Değerlendirme Kriterleri:**
 - Derste işlenen tüm konuların derinlemesine kavranmış olduğunun gösterilmesi
 - İleri düzey problem çözme becerilerinin kullanılabilmesi

Dönem İçi Çalışmaların Başarı Notuna Katkısı

%60

Final Sınavının Başarı Notuna Katkısı

%40

TOPLAM

%100

HAFTALIK KONULAR VE İLGİLİ ÖN HAZIRLIK ÇALIŞMALARI

HAFTALAR	KONULAR	Ön Hazırlık
1	Konu Anlatımı: Lineer dönüşümler: özel lineer dönüşümler (endomorfizm, epimorfizm, izomorfizm, otomorfizm) Sınıf-İçi Uygulama (5 dk.): Vektör uzayı ve alt vektör uzayı kavramları ve fonksiyonlarda 1-1 ve örten tanımlarına ilişkin basit örnekleme yaptırılması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Lineer dönüşüm kavramının Matematik içinde ve diğer disiplinlerde kullanım alanıyla ilgili tartışmanın yapılması	1. Vektör uzayı ve alt vektör uzayı kavramları ve fonksiyonlarda 1-1 ve örten tanımlarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 26-34; 38-40. 2. Lineer dönüşümler: özel lineer dönüşümler (endomorfizm, epimorfizm, izomorfizm, otomorfizm) konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 140-143.
2	Konu Anlatımı: Lineer dönüşümün rankı ve çekirdeği, Boyut Teoremi Sınıf-İçi Uygulama (5 dk.): Baz-boyut kavramlarının örneklemelerinin yaptırılması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Baz-boyut kavramlarının günlük hayattaki uygulamaları ve bunların karşılaştırılmasına ilişkin tartışmanın yapılması Kısa Sınav 1 (15 dk.): Ders sonunda, derste işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Vektör uzaylarında baz boyut kavramlarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 73-86. 2. Lineer dönüşümün rankı ve çekirdeği, Boyut Teoremi konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 143-150. 3. Kısa Sınav 1: (lineer dönüşümün rankı ve çekirdeği, Boyut Teoremi) Kaynak: Ders Kitabı, 143-150.
3	Konu Anlatımı: Lineer izomorfizm, $HOM(V,W)$ uzayı, dual uzay Sınıf-İçi Uygulama (5 dk.): Dual uzay kavramının disiplinlerarası uygulamasının yaptırılması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Dual uzayın disiplinlerarası yapısının tartışılması	1. $HOM(V,W)$ uzayı ve V^* uzayının bazı kavramlarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 162-164; 169-171. 2. Lineer izomorfizm, $HOM(V,W)$ uzayı, dual uzay konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 151-172.
4	Konu Anlatımı: Matrisler ve lineer dönüşümler, lineer dönüşüm-matris ilişkisi Sınıf-İçi Uygulama (5 dk.): Özel matrislerin uygulamasının yaptırılması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Özel matrislerin geometrik uygulamalarının tartışılması Kısa Sınav 2 (15 dk.): Ders sonunda, derste işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Matris lineer dönüşüm ilişkisinin kavranabilmesi için matrisler, özel matrisler ve ilgili tüm teoriye ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 111-117. 2. Matrisler ve lineer dönüşümler, Lineer dönüşüm-matris ilişkisi konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 178-189. 3. Kısa Sınav 2: (matrisler ve lineer dönüşümler, lineer dönüşüm-matris ilişkisi) Kaynak: Ders Kitabı, 178-189.
5	Konu Anlatımı: Lineer dönüşüm matris ilişkisinin uygulamaları: bir lineer dönüşümün rankı, bazların değişimi; benzerlik Sınıf-İçi Uygulama (5 dk.): Matrisin rankının hesaplanması üzerine uygulamanın yaptırılması; bazlar arasındaki geçiş matrisinin kinematik yorumunun yapılması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Lineer dönüşümün farklı bazlara göre karşılık gelen matrislerinin benzer olmasının disiplinlerarası bakış	1. Matrisin rankı, iki baz arasındaki geçiş matrisi kavramlarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 125-127; 132,133. 2. Lineer dönüşüm matris ilişkisinin uygulamaları: bir lineer dönüşümün rankı, bazların değişimi; benzerlik konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 194-208.



	açısı ile tartışılması	
6	Konu Anlatımı: Permütasyonlar, n-lineer fonksiyonlar, determinant fonksiyonu ve özellikleri Sınıf-İçi Uygulama (5 dk.): Permütasyon üzerine bir uygulamanın yaptırılması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Matematik bölümlerinde determinant kavramının neden n-lineer fonksiyon olarak tanımlanması gerektiği üzerine tartışmanın yapılması Kısa Sınav 3 (15 dk.): Ters yüz edilmiş öğrenme (flipped learning) yöntemi çerçevesinde, ders başında, öğrenciye verilen ön hazırlık görevinde yer alan konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Permütasyon fonksiyonu ve özelliklerinin ve çok lineer fonksiyonunun tanım ve özelliklerinin önceden okunulması ve öğrenilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 212-218; 226-232. 2. Kısa Sınav 3: (permütasyonlar, n-lineer fonksiyonlar, determinant fonksiyonu ve özellikleri) Kaynak: Ders Kitabı, 212-218; 226-232.
7	Konu Anlatımı: Bir matrisin determinantının hesaplanması (Sarrus kuralı, Laplace açılımları); bir matrisin adjointi (eki) ve tersi Sınıf-İçi Uygulama (5 dk.): Bir matrisin tersinin, tanım ve elementer operasyonlar yardımıyla hesaplamasının yaptırılması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Matematik bölümlerinde Sarrus kuralı ile determinant tanımının neden yapılmadığının tartışılması	1. Bir matrisin tersinin, tanım ve elementer operasyonlar yardımıyla bulunmasına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 107-110; 124, 125. 2. Bir matrisin determinantının hesaplanması (Sarrus kuralı, Laplace açılımları); bir matrisin adjointi (eki) ve tersi konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 233-238.
8	Ara Sınav 1	Sınav haftasına kadar işlenen konuların tümünün tekrar edilmesi
9	Konu Anlatımı: Determinant uygulamaları (lineer bağımsızlık, matrisin rankı, vektörel çarpım, karma çarpım); bir lineer dönüşümün determinanı ve izi Sınıf-İçi Uygulama (5 dk.): Üçgenin ve paralelkenarın alanının hesaplamalarının yaptırılması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Determinant ve iz kavramlarının, başta lineer cebir, analitik geometri ve diferansiyel geometri olmak üzere tüm matematik bölümü derslerindeki ve disiplinlerarası alanlardaki öneminin ve uygulamalarının tartışılması	1. Lineer bağımsızlık ile ilgili teoremler, matrisin rankı, düzlemsel bir üçgenin ve paralelkenarın alanlarının farklı yöntemlerle bulunmasına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynaklar: Ders Kitabı, 70-80; 125-127. [1], EK-30, 31. 2. Determinant uygulamaları ve bir lineer dönüşümün determinanı ve izi konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 239-252.
10	Konu Anlatımı: Lineer denklem sistemleri ve lineer denklem sistemlerinin elementer operasyonlar yardımıyla çözümü Sınıf-İçi Uygulama (5 dk.): Basit düzeyde denklemlerin çözümlerinin nasıl bulunduğu üzerine uygulamanın yaptırılması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Mevcut yöntemlerin karmaşık lineer denklem sistemlerinin çözümünde neden kullanılmayacağının tartışılması Kısa Sınav 4 (15 dk.): Ters yüz edilmiş öğrenme (flipped learning) yöntemi çerçevesinde, ders başında, öğrenciye verilen ön hazırlık görevinde yer alan konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Lise düzeyindeki 2 veya 3 bilinmeyenli lineer denklem sistemlerinin çözümlerine ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. 2. Lineer denklem sistemleri ve lineer denklem sistemlerinin elementer operasyonlar yardımıyla çözümü konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 258-276. 3. Kısa Sınav 4: (lineer denklem sistemleri ve lineer denklem sistemlerinin elementer operasyonlar yardımıyla çözümü) Kaynak: Ders Kitabı, 258-276.
11	Konu Anlatımı: Lineer denklem sistemlerinin determinant yardımıyla çözümü (Cramer metodu ve Cramer olmayan lineer denklem sistemleri) ve Lineer denklem sistemlerinin çözümünün geometrik uygulamaları Sınıf-İçi Uygulama (5 dk.): Düzlem ve düzlemde doğru kavramlarının geometrik olarak uygulamasının yaptırılması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Lineer denklem sistemlerinin çözümlerinin disiplin içi ve disiplinlerarası uygulamalarına ilişkin tartışmanın yapılması	1. Düzlem ve düzlemde doğru kavramlarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi ve düzlemlerin ve doğruların birbirlerine göre durumlarının GeoGebra ile görselleştirmesinin yapılması. Kaynaklar: Ders Kitabı, 54-55. [2], 86-92; 116-119; 120-130. [4]. 2. Lineer denklem sistemlerinin determinant yardımıyla çözümü ve Lineer denklem sistemlerinin çözümünün geometrik uygulamaları konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 264-276.
12	Konu Anlatımı: Lineer dönüşümlerin özdeğer ve özvektörleri; lineer dönüşümlerin köşegenleştirilmesi Sınıf-İçi Uygulama (5 dk.): 2. ve 3. dereceden polinomların	1. 2. ve 3. dereceden polinomların temel özellikleri ile bunların köklerini bulma ve vektör uzaylarında baz, boyut, lineer dönüşüm kavramlarına ilişkin ön bilgilerin



	köklerinin bulunması üzerine uygulama yaptırılması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Matris-lineer dönüşüm ilişkisinin tartışmasının yapılması Kısa Sınav 5 (15 dk.): Ders sonunda, derste işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 73-86. 2. Lineer dönüşümlerin özdeğer ve özvektörleri lineer dönüşümlerin köşegenleştirilmesi konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 284-290. 3. Kısa Sınav 5: (lineer dönüşümlerin özdeğer ve özvektörleri; lineer dönüşümlerin köşegenleştirilmesi) Kaynak: Ders Kitabı, 284-290.
13	Konu Anlatımı: Matrislerin özdeğer ve özvektörleri Sınıf-İçi Uygulama (5 dk.): Kompleks vektör uzayı üzerinde tanımlanan iç çarpımların fonksiyonlarının belirlenmesi Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Matrislerin özdeğer ve özvektörlerin disiplinlerarası alanlarda uygulamalarının tartışmasının yapılması	1. Kompleks sayılar, kompleks vektörler, kompleks sayılarda iç çarpım ile norm kavramlarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [3], 24-31. 2. Matrislerin özdeğer ve özvektörleri konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 294-310.
14	Konu Anlatımı: Köşegenleştirme, Cayley- Hamilton Teoremi Sınıf-İçi Uygulama (5 dk.): Bir matrisin tersinin ders haftasına kadar öğrenilen yöntemlerle bulunmasının örneklemesinin yaptırılması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Köşegenleştirme sayesinde koniklerin veya kuadratiklerin standart hale getirilmesinin tartışmasının yapılması Kısa Sınav 6 (15 dk.): Ders sonunda, derste işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Herhangi bir matrisin veya özel matrisin kuvvetinin bulunmasına ve matrisin tersinin farklı yöntemlerle elde edilmesine ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 107-110; 124, 239. 2. Matrislerin özdeğer ve özvektörleri konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 294-310. 3. Cayley-Hamilton Teoremi ve köşegenleştirme konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 311-327. 4. Kısa Sınav 6: (köşegenleştirme, Cayley-Hamilton Teoremi) Kaynak: Ders Kitabı, 311-327.
15	Öğrenci sunumlarının dinlenmesi Sınıf-İçi Uygulama (15 dk.): Programlama dillerinin tanıtılması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Programlama dillerinin bilinmesinin öneminin tartışılması	1. Matlab, Maple, Mathematica veya Python dillerinin birinde özdeğer ve özvektörler üzerine yapılacak bir uygulamanın kodlarının hazırlanması ve örneklendirilmesi.
16	Final	İşlenen konuların tümünün tekrar edilmesi

AKTS İŞYÜKÜ TABLOSU

Etkinlikler	Sayı	Süresi (Saat)	Toplam İşyükü
Ders Saati	14	4	56
Laboratuvar			
Uygulama (Sözlü Sınav)	1	4	4
Arazi Çalışması			
Sınıf Dışı Ders Çalışması	14	4	56
Derse Özgü Staj			
Ödev			
Küçük Sınavlar/Stüdyo Kritiği	6	2	12
Projeler			
Sunum / Seminer			
Ara Sınavlar (Sınav Süresi + Sınav Hazırlık Süresi)	1	10	10



Final (Sınav Süresi + Sınav Hazırlık Süresi)	1	15	15
Toplam İş yükü:			153
Toplam İş yükü / 30(s):			5.1
AKTS Kredisi:			5



COURSE INFORMATION FORM

FACULTY / GRADUATE SCHOOL	Faculty of Arts and Sciences
DEPARTMENT / PROGRAMME	Mathematics
TITLE OF COURSE	Linear Algebra 2
CODE	MAT1152
LOCAL CREDIT	4
ECTS	5
LECTURE HOUR / WEEK	4
PRACTICAL HOUR / WEEK	0
LABORATORY HOUR / WEEK	0
PREREQUISITE	None
SEMESTER	Spring
COURSE LANGUAGE	English, Turkish
LEVEL OF COURSE	First Cycle
COURSE TYPE	Required @ Bachelor Programme in Mathematics
COURSE CATEGORY	Core Courses
MODE OF DELIVERY	Face-to-Face
OWNER ACADEMIC UNIT	Department of Mathematics
COURSE COORDINATOR	Salim YÜCE
ASSISTANT(S)	Hamide Feyza AYKUT
COURSE OBJECTIVES	This course aims to help students develop a deep understanding of advanced linear algebra concepts, including linear transformations, matrix theory, the determinant function within the frame of multilinear (n-linear) and alternating transformations, systems of linear equations, eigenvalues, eigenvectors, and diagonalisation, as well as the ability to apply these concepts effectively. It also aims to help students understand the fundamental properties of abstract mathematical structures and thus develop the ability to establish the relationship between linear transformations and their matrix representations, to use this relationship in both theoretical and applied problems, and to perform applications such as centralizing conic sections and quadratics and characterizing surfaces using the concept of eigenvalues and various interdisciplinary applications of the concept.
COURSE CONTENT	Linear transformations; the relationship between linear transformations and matrices; systems of linear equations; eigenvalues, eigenvectors, diagonalisation, and the Cayley-Hamilton Theorem.
RECOMMENDED OR REQUIRED READINGS	Coursebook: Yüce, Salim. <i>Lineer Cebir</i> . 8th ed., Pegem Akademi Publishing, 2025. Required Readings: [1] Thomas, George B., Weir, Maurice D., Hass, Joel and Giordano Frank R. <i>Thomas' Calculus</i> . (Translator: Recep Korkmaz). Translated from the 11th ed., Beta Publishing, 2009. [2] Yüce, Salim. <i>Analitik Geometri</i> . 8th ed., Pegem Akademi Publishing, 2023.



[3] Yüce, Salim. *Sayılar ve Geometri*. 1st ed, Pegem Akademi Publishing, 2020.

[4] <https://www.geogebra.org/materials>.

Recommended Readings:

Hacısalıhoğlu, H. Hilmi. *Lineer Cebir*. Ankara, 1985.

Kolman, Bernard ve Hill, David R. *Uygulamalı Lineer Cebir*. Translated from the 9th edition, (Translation Editor: Ömer Akın), Palme Publishing, Ankara, 2010.

Course Learning Outcomes

Upon successful completion of the course, students will be able to

1. Classify the fundamental properties of the concepts such as linear transformation and isomorphism by defining them.
2. Analyse the structure of linear transformations using the dimension theorem, kernel, and image concepts.
3. Interpret concepts such as $\text{HOM}(V, W)$, the dual space, and similarity in abstract vector spaces.
4. Express transformation matrices in different bases by explaining the relationship between matrices and linear transformations.
5. Apply the fundamental properties of the determinant function by defining it within the framework of n-linear and alternating transformations.
6. Solve systems of linear equations using matrix methods and determinant-based techniques.
7. Evaluate the diagonalizability of linear transformations and matrices using the concepts of eigenvalues, eigenvectors, and characteristic polynomials.
8. Apply the Cayley-Hamilton Theorem in practice.
9. Apply theoretical concepts to problem solving by developing competence in abstract mathematical thinking.

EVALUATION SYSTEM

Activities	Number	Percentage of Grade
Attendance/Participation: • Content: Student attendance and participation in the course. • Detailed Assessment Criteria: -Active participation in lessons and asking questions -Ability to contribute to in-class discussions and problem-solving processes	14	%5
Laboratory		
Application (Oral Examination): • Content: Students will be asked to explain fundamental concepts of linear algebra and to propose a solution to a practical problem. • Format: Individual oral examination with each student (5-10 minutes). • Detailed Assessment Criteria: -Ability to explain concepts -Ability to solve problems -Ability to articulate problem solutions	1	%15
Field Work		
Special Course Internship (Work Placement)		



Quizzes/Studio Critics: • Content: Comprehensive questions covering all topics addressed up to the exam week • Format: Face-to-face multiple-choice quiz (5-10 minutes) • Detailed Assessment Criteria: -Ability to solve problems related to the theoretical topics covered in the course	6	%20
Homework Assignments: • Content: Weekly assignments requiring critical analysis of fundamental concepts covered in class and identification of examples of these concepts within both intra-disciplinary and interdisciplinary contexts • Format: Written reports and group presentations • Detailed Assessment Criteria: -Ability to logically and accurately demonstrate the problem-solving process -Ability to find practical examples of the concepts -Ability to carry out processes of applied thinking, interpretation, and justification		
Presentations/Jury: • Content: Students will be asked to evaluate their own learning processes and deliver group presentations • Format: Group presentations • Detailed Assessment Criteria: -Ability to accurately explain the topics learned -Proper use of presentation techniques		
Project: • Content: Students will be asked to write a project proposal (TÜBİTAK 2209 A/B) to be submitted at the end of the academic term. • Format: Written reports and group presentations • Detailed Assessment Criteria: -Ability to identify an original research topic -Ability to write a research proposal in accordance with scientific principles and relevant guidelines		
Seminar/Workshop		
Midterms: • Content: Comprehensive questions covering all topics addressed up to the exam week • Format: Face-to-face written exam. (90 minutes). • Detailed Assessment Criteria: -Demonstration of understanding of the fundamental concepts of the course -Ability to solve problems related to theoretical topics -Ability to carry out theoretical reasoning processes	1	%20



Final: Content: Comprehensive questions covering the entire content of the course Format: Face-to-face written exam. (90 minutes). Detailed Assessment Criteria: -Ability to apply advanced problem-solving skills -Demonstration of a thorough understanding of all topics covered in the course	1	%40
Percentage of In-Term Studies		%60
Percentage of Final Examination		%40
TOTAL		%100

WEEKLY SUBJECTS AND RELATED PREPARATION STUDIES

WEEKS	COURSE OUTLINE	Related Preparation
1	Lecture: Linear transformations: special types of linear transformations (endomorphism, epimorphism, isomorphism, automorphism) Quick Practice (5 minutes): Students will work through simple examples illustrating the concepts of vector space and subspace, and the definitions of one-to-one and onto functions In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the use of the concept of linear transformation within mathematics and across other disciplines	- Recollection and activation of prior knowledge on the concepts of vector space and subspace, and the definitions of one-to-one and onto functions. Source: Coursebook, 26-34; 38-40. - Reading the sections covering linear transformations: special types of linear transformations (endomorphism, epimorphism, isomorphism, automorphism). Source: Coursebook, 140-143.
2	Lecture: Rank and kernel of a linear transformation; Dimension Theorem Quick Practice (5 minutes): Students will work through simple examples illustrating the concepts of basis and dimension In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on real-life applications of basis and dimension concepts and a comparison of these applications Quiz 1 (15 dk.): A quiz at the end of the class covering the topics taught during the session	- Recollection and activation of prior knowledge on the concepts of basis and dimension in vector spaces. Source: Coursebook, 73-86. - Reading the sections covering the rank and kernel of linear transformations and the Dimension Theorem. Source: Coursebook, 143-150. Quiz 1: (rank and kernel of a linear transformation; Dimension Theorem) Source: Coursebook, 143-150.
3	Lecture: Linear isomorphism, the space $\text{HOM}(V, W)$, and the dual space Quick Practice (5 minutes): Guided practice applying the concept of the dual space in an interdisciplinary context In-Class Discussion (5 minutes): Discussion of the interdisciplinary structure of the dual space	- Recollection and activation of prior knowledge on the concepts related to the bases of the space $\text{HOM}(V, W)$ and the space V^*. Source: Coursebook, 162-164; 169-171. - Reading the sections covering linear isomorphism, the space $\text{HOM}(V, W)$, and the dual space. Source: Coursebook, 151-172.
4	Lecture: Matrices and linear transformations; the relationship between linear transformations and matrices Quick Practice (5 minutes): Guided practice in applying special matrices In-Class Discussion (5 minutes): Discussion of geometric applications of special matrices Quiz 2 (15 minutes): A quiz at the end of the class	- Recollection and activation of prior knowledge on matrices, special matrices, and all related theory to understand the relationship between matrices and linear transformations. Source: Coursebook, 111-117. - Reading the sections covering matrices and linear transformations, and the relationship between linear transformations and matrices. Source: Coursebook, 178-189. Quiz 2: (matrices and linear transformations; the relationship between linear transformations and



	covering the topics taught during the session	matrices) Source: Coursebook, 178-189.
5	Lecture: Applications of the relationship between linear transformations and matrices: the rank of a linear transformation, change of basis, and similarity Quick Practice (5 minutes): Guided practice in calculating the rank of a matrix; kinematic interpretation of the change-of-basis matrix In-Class Discussion (5 minutes): A discussion, from an interdisciplinary perspective, of the similarity of the matrices corresponding to a linear transformation with respect to different bases	1. Recollection and activation of prior knowledge on the concepts of matrix rank and the change-of-basis matrix between two bases. Source: Coursebook, 125-127; 132,133. 2. Reading the sections covering applications of the relationship between linear transformations and matrices: the rank of a linear transformation, change of basis, and similarity. Source: Coursebook, 194-208.
6	Lecture: Permutations, n-linear functions, the determinant function and its properties Quick Practice (5 minutes): Guided practice on permutations In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on why the determinant should be defined as an n-linear function in Mathematics Departments Quiz 3 (15 minutes): A short quiz at the beginning of the lesson, covering topics assigned as pre-class preparation within the flipped learning framework	1. Reading the sections covering permutation function and its properties, as well as the definition and properties of the multilinear function. Source: Coursebook, 212-218; 226-232. 2. Quiz 3: (permutations, n-linear functions, the determinant function and its properties) Source: Coursebook, 212-218; 226-232.
7	Lecture: Calculation of a matrix determinant (Sarrus' rule, Laplace expansions); the adjoint and inverse of a matrix Quick Practice (5 minutes): Guided practice in calculating the inverse of a matrix using the definition and elementary operations. In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on why the determinant is not defined using Sarrus' Rule in Mathematics Departments	1. Recollection and activation of prior knowledge on finding the inverse of a matrix using the definition and elementary operations. Source: Coursebook, 107-110; 124, 125. 2. Reading the sections covering the calculation of a matrix determinant (Sarrus' rule, Laplace expansions), the adjoint of a matrix, and its inverse. Source: Coursebook, 233-238.
8	Midterm 1	Review of all topics covered up to the exam week.
9	Lecture: Applications of determinants (linear independence, matrix rank, vector product, scalar triple product); determinant and trace of a linear transformation Quick Practice (5 minutes): Calculations of the areas of triangles and parallelograms In-Class Discussion (5 minutes): Discussion of the importance and applications of the concepts of determinant and trace in mathematics department courses -particularly linear algebra, analytic geometry, and differential geometry- and in interdisciplinary fields.	1. Recollection and activation of prior knowledge on theorems related to linear independence, matrix rank, and various methods for calculating the areas of planar triangles and parallelograms. Sources: Coursebook, 70-80; 125-127. [1], EK-30, 31. 2. Reading the sections covering applications of determinants, and the determinant and trace of a linear transformation. Source: Coursebook, 239-252.
10	Lecture: Linear equation systems and their solution using elementary operations Quick Practice (5 minutes): Guided practice in solving simple linear equations In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on why current methods are not suitable for solving complex linear systems Quiz 4 (15 minutes): A short quiz at the beginning of the lesson, covering topics assigned as pre-class preparation within the flipped learning framework	1. Recollection and activation of prior knowledge on solutions of high school level linear systems with two or three unknowns. 2. Reading the sections covering linear systems of equations and their solutions using elementary operations. Source: Coursebook, 258-276. 3. Quiz 4: (linear equation systems and their solution using elementary operations) Source: Coursebook, 258-276.



11	Lecture: Solving linear equation systems using determinants (Cramer's method and non-Cramer linear systems) and geometric applications of solutions to linear systems Quick Practice (5 minutes): Guided practice in the geometric application of the concepts of planes and lines in the plane In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the disciplinary and interdisciplinary applications of solutions to linear systems	1. Recollection and activation of prior knowledge on the concepts of planes and lines in the plane, and visualisation of the relative positions of planes and lines using GeoGebra. Sources: Coursebook, 54-55. [2], 86-92; 116-119; 120-130. [4]. 2. Reading the sections covering the solution of linear equation systems using determinants and the geometric applications of these solutions. Source: Coursebook, 264-276.
12	Lecture: Eigenvalues and eigenvectors of linear transformations; diagonalisation of linear transformations Quick Practice (5 minutes): Guided practice in finding roots of second- and third-degree polynomials In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the relationship between matrices and linear transformations Quiz 5 (15 minutes): A quiz at the end of the class covering the topics taught during the session	1. Recollection and activation of prior knowledge on the fundamental properties of second- and third-degree polynomials and finding their roots, as well as on the concepts of basis, dimension, and linear transformation in vector spaces. Source: Coursebook, 73-86. 2. Reading the sections covering eigenvalues and eigenvectors of linear transformations, and the diagonalisation of linear transformations. Source: Coursebook, 284-290. 3. Quiz 5: (eigenvalues and eigenvectors of linear transformations; diagonalisation of linear transformations) Source: Coursebook, 284-290.
13	Lecture: Eigenvalues and eigenvectors of matrices Quick Practice (5 minutes): Guided practice in identifying the functions of inner products defined on complex vector spaces. In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the interdisciplinary applications of eigenvalues and eigenvectors of matrices	1. Recollection and activation of prior knowledge on the concepts of complex numbers, complex vectors, inner products and norm in complex numbers. Source: [3], 24-31. 2. Reading the sections covering eigenvalues and eigenvectors of matrices. Source: Coursebook, 294-310.
14	Lecture: Diagonalisation, Cayley-Hamilton Theorem Quick Practice (5 minutes): Guided practice in finding the inverse of a matrix using methods learned up to the current week In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on how diagonalisation enables bringing conics or quadratics into standard form Quiz 6 (15 minutes) A quiz at the end of the class covering the topics taught during the session	1. Recollection and activation of prior knowledge on finding powers of any matrix or special matrices and obtaining the inverse of a matrix using different methods. Source: Coursebook, 107-110; 124, 239. 2. Reading the sections covering eigenvalues and eigenvectors of matrices. Source: Coursebook, 294-310. 3. Reading the sections covering the Cayley-Hamilton theorem and diagonalisation. Source: Coursebook, 311-327. 4. Quiz 6: (Diagonalisation, Cayley-Hamilton Theorem) Source: Coursebook, 311-327.
15	Student Presentations In-Class Activity (15 minutes): Introducing programming languages In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the importance of knowing programming languages	1. Preparation of code and examples for an application on eigenvalues and eigenvectors using one of the following programming languages: Matlab, Maple, Mathematica, or Python
16	Final	Review of all topics covered.

ECTS WORKLOAD TABLE

Activities	Number	Duration (Hour)	Total Workload
Course Hours	14	4	56
Laboratory			
Application (Oral Examination):	1	4	4



Field Work			
Study Hours Out of Class	14	4	56
Special Course Internship (Work Placement)			
Homework Assignments			
Quizzes/Studio Critics	6	2	12
Project			
Presentations / Seminar			
Mid-Terms (Examination Duration + Examination Prep. Duration)	1	10	10
Final (Examination Duration + Examination Prep. Duration)	1	15	15
Total Workload:			153
Total Workload / 30(h):			5.1
ECTS Credit:			5



Ders Öğrenim Çıktısı & Program Çıktısı Matrisi

	DÖC-1	DÖC-2	DÖC-3	DÖC-4	DÖC-5	DÖC-6	DÖC-7	DÖC-8	DÖC-9
PC-1 Geometri, analiz, lineer cebir, soyut matematik, cebir ve diferansiyel denklemler gibi matematiğin temel alanlarındaki tanımları ve teoremleri ifade edebilecek, bunlar arasında ilişki kurabilecek ve teoremlerin uygulamalarını açıklayabileceklerdir. / State the definitions and theorems in fundamental areas of mathematics such as geometry, analysis, linear algebra, abstract mathematics, and differential equations, establish connections between them and explain their applications.	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>4</u>
PC-2 Matematik alanındaki teorik ve uygulamalı bilgilerini ve matematiksel düşünme becerilerini kullanarak standart ve karmaşık matematiksel problemleri tanımlayabilecek ve analitik ve/veya sayısal yöntemlerle çözebilecek ve matematiksel bir önermenin geçerliliğini farklı ispat yöntemleri ile ispatlayabileceklerdir. / Identify standard and complex mathematical problems, solve these problems with analytical and/or numerical methods and prove the validity of a mathematical proposition through various proof techniques using their theoretical and applied knowledge of mathematics and mathematical thinking skills.	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>3</u>
PC-3 Matematik alanındaki teorik ve uygulamalı bilgilerini ve matematiksel düşünme becerilerini kullanarak gerçek hayattaki problemlerin matematiksel modellerini geliştirebilecek ve bu modelleri kullanarak problemlere geçerli çözümler üretebileceklerdir. / Develop mathematical models for real-life problems and generate valid solutions based on these models using their theoretical and applied knowledge of mathematics and mathematical thinking skills.	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>3</u>
PC-4 Disiplinlerarası bir yaklaşımla, farklı alanlarda	<u>5</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>3</u>	<u>3</u>



edinmiş oldukları bilgileri sentezleyebileceklerdir. / Synthesise knowledge acquired from different disciplines through an interdisciplinary approach.									
PC-5 Matematik alanında edindikleri bilgi birikimlerini ve matematiksel düşünme becerilerini, teorik matematik, yazılım, finans ve yönetim matematiği, biyomatematik, veri bilimi ve finansal istatistik yöntemleri gibi disiplin-îçi ve disiplinlerarası uzmanlık alanlarında geliştirebileceklerdir. / Advance their acquired knowledge in mathematics and mathematical thinking skills in both disciplinary and interdisciplinary areas of specialisation such as pure mathematics, software, financial and managerial mathematics, biomathematics, data science, and financial statistical methods.	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>4</u>
PC-6 Matematik alanında yaygın olarak kullanılan en az bir programlama dili ile bilgisayar ve yapay zekâ teknolojilerini, problemleri çözmek, veri analizi yapmak ve simülasyonlar gerçekleştirmek için kullanabileceklerdir. / Use at least one programming language and computer and artificial intelligence technologies widely employed in mathematics for problem-solving, data analysis, and simulations.	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>4</u>
PC-7 Matematik ve ilgili alanlardaki bilimsel ve teknolojik gelişmeleri izleyebilecek, kariyer fırsatlarını değerlendirerek kişisel ve mesleki gelişim hedeflerini belirleyebilecek ve bu hedeflere ulaşmak için hayat boyu öğrenme stratejilerini kullanabileceklerdir. / Follow scientific and technological developments in mathematics and related fields, assess career opportunities, identify personal and professional development goals, and adopt lifelong learning strategies to achieve these goals.	=	=	=	=	=	=	=	=	=
PC-8 Bilimsel araştırmalarını ve mesleki faaliyetlerini yürütürken	=	=	=	=	=	=	=	=	=



doğabilecek hukuksal sonuçları ve toplumsal etkileri dikkate alarak mesleki etik ilkeler, kalite standartları ile evrensel değerler doğrultusunda ve sosyal sorumluluk bilinci ve adalet duygusuyla hareket edebileceklerdir. / Act with a sense of social responsibility and justice and in accordance with professional ethical principles, quality standards, and universal values by taking into account potential legal and societal consequences of their scientific research and professional activities.									
PC-9 Bireysel olarak ya da takımlarda etkin biçimde çalışabileceklerdir. / Work effectively both independently and as part of a team.	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>
PC-10 Matematik alanında güvenilir bilgi kaynaklarına ulaşarak literatür taraması yapabilecek ve akademik araştırma tasarlayıp yürütebileceklerdir. / Access reliable sources of information, conduct literature reviews, and design and carry out academic research in the field of mathematics.	=	=	=	=	=	=	=	=	=
PC-11 Matematiksel konuları, teorileri, ispatları, araştırmaları ve problem çözümlerini, matematik terminolojisi kullanarak tüm paydaşlara Türkçe ve İngilizcede sözlü ve yazılı olarak etkili biçimde aktarabileceklerdir. / Effectively communicate mathematical topics, theories, proofs, research, and problem solutions to all relevant stakeholders using appropriate mathematical terminology, both orally and in writing, in Turkish and in English.	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>