



DERS BİLGİ FORMU

FAKÜLTE / ENSTİTÜ ADI	Fen Edebiyat Fakültesi
BÖLÜM / PROGRAM / ANABİLİM DALI ADI	Matematik
DERSİN ADI	Diferansiyel Geometri 1
DERSİN KODU	MAT3151
YEREL KREDİSİ	3
AKTS KREDİSİ	5
HAFTALIK DERS SAATİ	3
HAFTALIK UYGULAMA SAATİ	0
HAFTALIK LABORATUVAR SAATİ	0
ÖNKOŞULLAR	Yok
YARIYIL	Güz
DERSİN DİLİ	İngilizce, Türkçe
DERSİN SEVİYESİ	Lisans
DERSİN TÜRÜ	Zorunlu @ Matematik Lisans Programı Seçmeli @ Fizik Lisans Programı (%30 İngilizce)
DERSİN KATEGORİSİ	Temel Meslek Dersleri
DERSİN VERİLİŞ ŞEKLİ	Yüz Yüze
DERSİ SUNAN AKADEMİK BİRİM	Matematik Bölümü
DERSİN KOORDİNATÖRÜ	Salim YÜCE
ASİSTAN(LAR)	
DERSİN AMACI	Bu dersin amacı, öğrencilerin E^n Öklid uzayında Öklid çatısı, koordinat sistemi, diferansiyellenebilir fonksiyonlar, diffeomorfizmler, teğet vektör, teğet uzay, yöne göre türev, vektör alanı, bir vektör alanı yönünde türev, bir eğri yönünde yöne göre türev, kovaryant türev, paralel vektör alanı, jeodezik eğri, integral eğri, Lie operatörü, kotanjant uzay, 1-form, diferansiyel operatör, gradient, divergens, rotasyonel fonksiyon ve türev dönüşümü gibi diferansiyel geometri kavramlarını kavramalarına ve bu kavramları geometrik bir bakış açısı ile değerlendirmelerine yardımcı olmaktır. Ayrıca, hız vektörleri, yay uzunluğu ve parametre değişimi gibi eğrilerin temel özellikleri açıklanarak, üç boyutlu Öklid uzayındaki (E^3) eğrilerin yapısı Frenet vektörleri, Frenet formülleri, Frenet düzlemleri, eğrilikler, eğrilerin küresel gösterge eğrileri ve özel eğri çiftleri aracılığıyla ayrıntılandırılmaktadır. Ders, öğrencilere diferansiyel geometriye özgü soyut kavramları görselleştirme, geometrik analiz becerileri geliştirme ve teorik bilgilerini bilgisayar destekli uygulamalar yoluyla pekiştirme yetkinliği kazandırmaktadır.
DERSİN İÇERİĞİ	Öklid uzayı, Öklid çatısı, Öklid koordinat sistemi; diferansiyellenebilir fonksiyonlar, diffeomorfizm; tanjant vektör, tanjant uzay, yöne göre türev; vektör alanı, vektör alanı yönünde türev; eğri yönünde yöne göre türev; kovaryant türev; paralel vektör alanı; jeodezik eğri; integral eğrisi; kotanjant uzay, 1-formlar; diferansiyel operatör, gradient, divergens, rotasyonel fonksiyonları; türev dönüşümü; eğriler teorisi, birim hızlı eğri, birim hızlı olmayan eğri, regüler eğri, hız vektörü, yay uzunluğu, parametre değişimi; Lie operatörü; Frenet çatısı, Frenet formülleri, Frenet düzlemleri; helisler, involüt-evolüt eğri çifti, Bertrand eğri çifti, bir eğrinin küresel göstergeleri; diferansiyel formlar.

**DERS KİTABI / MALZEMESİ /
ÖNERİLEN KAYNAKLAR****Ders Kitabı:**

Yüce, Salim. *Öklid Uzayında Diferansiyel Geometri*. 10. baskı, Pegem Akademi Yayıncılık, 2024.

Zorunlu Kaynaklar:

[1] Hacısalihoğlu, H. Hilmi. *Diferansiyel Geometri 1*. Ankara, 2000.

[2] Barrett, O'Neill. *Elementary Differential Geometry*. Academic Press, Inc., 1966.

[3] Thomas, George B., Weir, Maurice D. ve Hass, Joel R. *Thomas Kalkülüs*. 12.baskı, cilt 1, Pearson, 2013.

[4] Thomas, George B., Weir, Maurice D. ve Hass, Joel R. *Thomas Kalkülüs*. 12.baskı, cilt 2, Pearson, 2012.

[5] Yüce, Salim. *Lineer Cebir*. 8. baskı, Pegem Akademi Yayıncılık, 2025.

[6] Yüce, Salim. *Analitik Geometri*. 9. baskı, Pegem Akademi Yayıncılık, 2024.

Önerilen Kaynaklar:

Gray, Alfred, Abbena, Elsa, ve Salamon, Simon. *Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica*. Chapman & Hall/CRC (Taylor & Francis Group), 2006.

Ders Öğrenim Çıktıları

Bu dersi başarıyla tamamlayan öğrenciler,

1. E^n Öklid uzayında Öklid çatısı, Öklid koordinat sistemi, Öklid metriği, diferansiyellenebilir fonksiyonlar ve diffeomorfizm kavramlarını açıklayabileceklerdir.
2. Tanjant vektör, tanjant uzayı, vektör alanı kavramlarını tanımlayarak yöne göre türev, vektör alanı ve eğri yönünde türev hesaplamaları yapabileceklerdir.
3. Kovaryant türev, Lie operatörü, kotanjant uzay, 1-form, diferansiyel operatör, paralel vektör alanı, integral eğrisi ve jeodezik eğri kavramlarını açıklayabileceklerdir.
4. Gradient, divergens, rotasyonel fonksiyonlar ve türev dönüşümünün matrisi ile ilgili uygulamaları yapabileceklerdir.
5. E^n uzayında eğri kavramını ve temel özelliklerini açıklayabileceklerdir.
6. E^3 Öklid uzayında Frenet çatısını ve Frenet formüllerini, eğrilikleri, eğri boyunca özel düzlemleri, özel eğrileri ve eğriliklerin geometrik yorumunu ifade edebileceklerdir.
7. Eğriler teorisinde edindiği teorik bilgileri örnek problemlerin çözümünde uygulayabileceklerdir.

DEĞERLENDİRME SİSTEMİ

Etkinlikler	Sayı	Katkı Payı
Devam/Katılım		
Laboratuvar		
Uygulama		
Arazi Çalışması		
Derse Özgü Staj		



Kısa Sınavlar/Stüdyo Kritiği (Zorunlu): İçerik: İlgili sınav haftasına kadar işlenen konuların tümünü kapsayan kapsamlı soruların sorulması Format: Yüz yüze. Çoktan seçmeli kısa sınav (15-20 dakika) Detaylı Değerlendirme Kriterleri: -Dersin temel kavramlarının anlaşıldığının gösterilmesi -Derste işlenen teorik konular ile ilgili problemleri çözebilme		4	%20
Ödev			
Sunum/Jüri			
Proje			
Seminer/Workshop			
Ara Sınavlar (Zorunlu): İçerik: Sınav haftasına kadar işlenen konuların tümünü kapsayan kapsamlı sorular Format: Yüz yüze. Sınav (90 dakika) Detaylı Değerlendirme Kriterleri: -Dersin temel kavramlarının anlaşıldığının gösterilmesi -Teorik konularla ilgili problemlerin çözülebilmesi -Teorik düşünme süreçlerinin yürütülmesi		1	%40
Final (Zorunlu): İçerik: Dersin tüm içeriğini kapsayan kapsamlı sorular Format: Yüz yüze. Sınav (90 dakika) Detaylı Değerlendirme Kriterleri: -Derste işlenen tüm konuların derinlemesine kavranmış olduğunun gösterilmesi -İleri düzey problem çözme becerilerinin kullanılabilmesi -Teorik düşünme süreçlerinin yürütülmesi		1	%40
Dönem İçi Çalışmaların Başarı Notuna Katkısı			%60
Final Sınavının Başarı Notuna Katkısı			%40
TOPLAM			%100
HAFTALIK KONULAR VE İLGİLİ ÖN HAZIRLIK ÇALIŞMALARI			
HAFTALAR	KONULAR	Ön Hazırlık	
1	Konu Anlatımı: E^n Öklid uzayı: Öklid çatısı, Öklid koordinat sistemi, Öklid metriği; Öklid uzayında diferansiyellenebilir fonksiyonlar, diffeomorfizm Sınıf-İçi Uygulama (30 dk.): Verilen bir nokta sisteminin E^3 uzayında bir Öklid çatısı olduğunun gösterilmesi, verilen bir fonksiyonun diffeomorfizm olup olmadığının araştırılması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Bir fonksiyonun diferansiyellenebilir olmasının uygulamalardaki öneminin irdelenmesi	1. Afin uzayı, reel iç çarpım uzayı ile türev kavramlarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynaklar: Ders Kitabı, 2-5. [5], 46-48. [3], 106-108; 115-122. [4], 764-772. 2. E^n Öklid uzayı: Öklid çatısı, Öklid koordinat sistemi, Öklid metriği, Öklid uzayında diferansiyellenebilir fonksiyonlar, diffeomorfizm konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 6-10; 14-21.	
2	Konu Anlatımı: Tanjant vektörler ve tanjant uzayı, yöne göre türev ve yöne göre türevin geometrik yorumu Sınıf-İçi Uygulama (30 dk.): Tanjant vektör örnekleri ve yöne	1. Vektör uzayına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [5], 26-33. 2. Tanjant vektörler, tanjant uzayı, yöne göre	



	göre türev değerinin hem tanım hem de farklı yollar kullanılarak hesaplanması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Yöne göre türevin geometrik yorumu üzerine tartışılması	türev konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 23-34.
3	Konu Anlatımı: Vektör alanları, vektör alanlarının uzayı vektör alanı yönünde türev ve eğri yönünde yöne göre türev Sınıf-içi Uygulama (30 dk): Verilen vektör alanı yönünde yöne göre türevin hem tanım hem de teoremden hesaplanması ve verilen eğri yönünde yöne göre türev sorularının çözümü Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Bir tanjant vektörü yönündeki yöne göre türev ile bir vektör alanı yönündeki yöne göre türevin karşılaştırılması Kısa Sınav 1 (20 dk.): Ders sonunda, sınav haftasına kadar işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Tanjant vektör ve yöne göre türeve ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 23-34. 2. Vektör alanları, vektör alanlarının uzayı, vektör alanı yönünde türev ve eğri yönünde yöne göre türev kavramlarının ders öncesinde çalışılması. Kaynak: Ders Kitabı, 34-43. 3. Kısa Sınav 1: (sınav haftasına kadar işlenen konuların tümünün tekrar edilmesi) Kaynak: Ders Kitabı, 6-10; 14-21; 23-43.
4	Konu Anlatımı: E^n de kovaryant türev: paralel vektör alanı, jeodezik eğri, integral eğrisi Sınıf-içi Uygulama (30 dk): Bir diferansiyellenebilir vektör alanının diğer bir vektör alanı yönündeki kovaryant türevinin hem tanım hem de teorem kullanılarak hesaplanması ve nokta değeri verildiğinde elde edilen sonucun geometrik olarak yorumlanması Sınıf-içi Tartışma (10 dk.): Bir eğri boyunca paralel vektör alanının geometrik yorumu, bir vektör alanına ait integral eğrilerinin o vektör alanı hakkında ne gibi bilgiler verdiği ve jeodezik eğri kavramının gündelik hayattaki yerinin tartışılması	1. Bir diferansiyellenebilir fonksiyonun bir tanjant vektörü doğrultusundaki türevi, vektör alanlarının uzayının özellikleri, reel değerli bir fonksiyon ile bir vektör alanının çarpımı ve reel değerli bir fonksiyonun bir vektör alanı yönündeki türevine ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 26-43. 2. Bir vektör alanının bir diğer vektör alanına göre kovaryant türevi konusunu içeren bölümün okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 44-49.
5	Konu Anlatımı: Lie operatörü; kotanjant uzay ve 1-formlar Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Lie operatörü ve 1-formlar ile ilgili örnek soru çözümleri Sınıf-içi Tartışma (10 dk.): Kotanjant uzay, 1-formlar, tanjant uzay, tanjant vektör, vektör alanı, vektör alanları uzayı gibi şu ana kadar öğrenilen tanımların farkları üzerine tartışılması ve öğrencilerin kavramları pekiştirmesinin sağlanması	1. Vektörel çarpım ve özellikleri ile dual uzaya ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynaklar: [5], 168-172; 246-247. [6], 21-23. 2. Lie operatörü, kotanjant uzay ve 1-formlar konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 50-57; 62-63.
6	Konu Anlatımı: Diferansiyel operatör; gradient, divergens, rotasyonel fonksiyonları Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Gradient, divergens ve rotasyonel fonksiyonlar üzerine karma örnekler ve diferansiyel operatör sorusu çözülmesi Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Bir diferansiyellenebilir fonksiyonun gradientinin rotasyonelinin neden sıfır olduğunun sezgisel olarak yorumlanması Kısa Sınav 2 (20 dk.): Ders sonunda, sınav haftasına kadar işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Kısmi türev ile determinant hesaplamalarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynaklar: [4], 764-772. [5], 233-238. 2. Gradient, divergens ve rotasyonel fonksiyonları ile diferansiyel operatör konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 64-70; 72-73; 76-79. 3. Kısa Sınav 2: (sınav haftasına kadar işlenen konuların tümünün tekrar edilmesi) Kaynak: Ders Kitabı, 6-10; 14-21; 23-57; 62-70; 72-73; 76-79.
7	Konu Anlatımı: Türev dönüşümü ve matrisi, regüler dönüşüm Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Türev dönüşümü ve Jacobien matrisinin hem tanım hem de teorem kullanılarak hesaplanması ve yorumlanması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Türev dönüşümünün geometrik olarak yorumlanması	1. Lineer dönüşüme karşılık gelen matrise ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [5], 179-184. 2. Türev dönüşümü ve matrisi, regüler dönüşüm konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 81-99.
8	Ara Sınav 1	Sınav haftasına kadar işlenen konuların tümünün tekrar edilmesi
9	Konu Anlatımı: E^n uzayında eğriler teorisi: tanım ve örnekler; hız vektörü ve geometrik anlamı; yay uzunluğu; parametre değişimi	1. R^n uzayında bir vektörün uzunluğu, vektörel fonksiyonun türevi ile parametrik denklemlere ilişkin ön bilgilerin



	Sınıf-İçi Uygulama (30 dk.): Verilen bir eğrinin hız vektörünün, hızının, teğet vektörünün, yay uzunluk fonksiyonunun ve birim hızlı parametrik gösteriminin bulunması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Eğrilerde parametre değişiminin tercih edilme sebeplerinin, eğride değiştirmeyeceği özelliklerin, geometrik ve hesaplama yönelik avantajlarının tartışılması	hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynaklar: [5], 49. [4], 610-613; 710-711. 2. Eğrinin tanımı, hız vektörü, skaler hız fonksiyonu, skaler hız ve parametre değişimi konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 128-143.
10	Konu Anlatımı: E^3 Öklid uzayında eğriler teorisi: Frenet vektörleri, Frenet formülleri, eğrilikler ve Frenet düzlemleri Sınıf-İçi Uygulama (30 dk.): Verilen bir birim hızlı eğrinin Frenet vektörlerinin, eğriliklerinin ve Frenet düzlemlerinin bulunması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Frenet vektörlerinin ve Frenet formüllerinin, bir eğrinin geometrik yapısının anlaşılmasındaki yerinin tartışılması Kısa Sınav 3 (20 dk.): Ders sonunda, sınav haftasına kadar işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Düzlem denkleminin bulunmasına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [6], 100-108. 2. E^3 Öklid uzayında Frenet vektörleri, Frenet formülleri, eğrilikler ve Frenet düzlemleri konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 173-181. 3. Kısa Sınav 3: (sınav haftasına kadar işlenen konuların tümünün tekrar edilmesi) Kaynak: Ders Kitabı, 6-10; 14-21; 23-57; 62-70; 72-73; 76-79; 81-99; 128-143; 173-181.
11	Konu Anlatımı: Eğriliklerin geometrik yorumu, birim hızlı olmayan eğriler için Frenet formülleri Sınıf-İçi Uygulama (30 dk.): Verilen birim hızlı olmayan bir eğrinin Frenet vektörlerinin, Frenet formüllerinin ve eğriliklerinin bulunması Sınıf-İçi Tartışma (10 dk.): Eğrinin eğriliklerinin geometrik yorumunun detaylı olarak tartışılması	1. Tek değişkenli bir fonksiyonun seriye açılımına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [3], 584-588. 2. Eğriliklerin geometrik yorumu ve birim hızlı olmayan eğriler için Frenet formülleri konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 182-190.
12	Konu Anlatımı: E^3 Öklid uzayında eğriler teorisinin temel teoremi, helisler Sınıf-İçi Uygulama (30 dk.): Verilen bir eğrinin helis olup olmadığının araştırılması ve helis olması durumunda ekseninin bulunması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Helislerin temel geometrik özelliklerinin tartışılması	1. İki vektör arasındaki açı ile birim hızlı eğrilerde Frenet çatısı ve Frenet formüllerine ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynaklar: Ders Kitabı, 173-179. [5], 50. 2. E^3 Öklid uzayında eğriler teorisinin temel teoremi ve helisler konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 190; 222-225.
13	Konu Anlatımı: İnvolut-evolüt eğri çifti, Bertrand eğri çifti, bir eğrinin küresel göstergeleri Sınıf-İçi Uygulama (30 dk.): Verilen eğriler için küresel göstergelerinin, involüt-evolüt veya Bertrand eğri çiftlerinin bulunması ve Frenet vektörlerinin elde edilmesi, Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): İnvolut-evolüt ve Bertrand eğri çiftlerinin geometrik ilişkileri, ayrıca bir eğrinin küresel göstergelere sahip olmasının ne anlama geldiğinin tartışılması	1. İki vektörün dikliği, iki vektör arasındaki açı, lineer bağımlılık ile birim hızlı eğrilerde Frenet çatısı ve Frenet formüllerine ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynaklar: Ders Kitabı, 173-179. [5], 23; 50-51. 2. İnvolut-evolüt eğri çifti, Bertrand eğri çifti, bir eğrinin küresel göstergeleri konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 227-231; 254-258.
14	Konu Anlatımı: E^3 Öklid uzayında diferansiyel formlar Sınıf-İçi Uygulama (30 dk.): Diferansiyel formlar üzerine karışık örnek çözümü Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Diferansiyel formların geometrik anlamı üzerine tartışılması. Kısa Sınav 4 (20 dk.): Ders sonunda, sınav haftasına kadar işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Kısmi türev ile determinant hesaplamalarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynaklar: [4], 764-772. [5], 233-238. 2. E^3 Öklid uzayında diferansiyel formlar konusunu içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 100-116. 3. Kısa Sınav 4: (sınav haftasına kadar işlenen konuların tümünün tekrar edilmesi) Kaynak: Ders Kitabı, 6-10; 14-21; 23-57; 62-70; 72-73; 76-79; 81-99; 128-143; 173-190; 222-225; 227-231; 254-258; 100-116.
15	Konu Anlatımı: Bilgisayar destekli uygulamalar Sınıf-İçi Uygulama (30 dk.): MATLAB, Maple veya Python gibi program ve uygulamalar kullanılarak helis, involüt-evolüt eğri çifti, Bertrand eğri çifti vb. eğrilerin görsellerinin çizdirilmesi	1. Derste MATLAB, Maple veya Python dillerinin birinde dersin konuları üzerine yapılacak bir uygulamanın kodlarının hazırlanması ve örneklendirilmesi



	Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Bilgisayar destekli uygulamaları kullanmanın diferansiyel geometri 1 dersinin daha iyi anlaşılması konusundaki katkılarının tartışılması	
16	Final	İşlenen konuların tümünün tekrar edilmesi

AKTS İŞYÜKÜ TABLOSU

Etkinlikler	Sayı	Süresi (Saat)	Toplam İşyükü
Ders Saati	14	3	42
Laboratuvar			
Uygulama			
Arazi Çalışması			
Sınıf Dışı Ders Çalışması	14	3	42
Derse Özgü Staj			
Ödev			
Küçük Sınavlar/Stüdyo Kritiği	4	2	8
Projeler			
Sunum / Seminer			
Ara Sınavlar (Sınav Süresi + Sınav Hazırlık Süresi)	1	20	20
Final (Sınav Süresi + Sınav Hazırlık Süresi)	1	30	30
Toplam İş yükü:			142
Toplam İş yükü / 30(s):			4,73
AKTS Kredisi:			5



COURSE INFORMATION FORM

FACULTY / GRADUATE SCHOOL	Faculty of Arts and Sciences
DEPARTMENT / PROGRAMME	Mathematics
TITLE OF COURSE	Differential Geometry I
CODE	MAT3151
LOCAL CREDIT	3
ECTS	5
LECTURE HOUR / WEEK	3
PRACTICAL HOUR / WEEK	0
LABORATORY HOUR / WEEK	0
PREREQUISITE	None
SEMESTER	Fall
COURSE LANGUAGE	English, Turkish
LEVEL OF COURSE	First Cycle
COURSE TYPE	Required @ Bachelor Programme in Mathematics Elective @ Bachelor Programme in Physics (%30 English)
COURSE CATEGORY	Core Courses
MODE OF DELIVERY	Face-to-Face
OWNER ACADEMIC UNIT	Department of Mathematics
COURSE COORDINATOR	Salim YÜCE
ASSISTANT(S)	
COURSE OBJECTIVES	This course aims to help students develop a deep understanding of differential geometry concepts, including the Euclidean frame, coordinate system, differentiable functions, diffeomorphisms in E^n Euclidean space, tangent vector, tangent space, directional derivative, vector field, derivative along a vector field, directional derivative along a curve, covariant derivative, parallel vector field, geodesic curve, integral curve, Lie operator, cotangent space, 1-form, differential operator, gradient, divergence, rotational function, and derivative transformation, as well as the ability to evaluate these concepts from a geometric perspective. In addition, by explaining the basic properties of curves such as velocity vectors, arc length, and parameter change, the structure of curves in three-dimensional Euclidean space (E^3) is detailed through Frenet vectors, Frenet formulas, Frenet planes, curvatures, spherical indicatrices of curves, and special curve pairs. The course equips students with the ability to visualize abstract concepts specific to differential geometry, develop geometric analysis skills, and reinforce theoretical knowledge through computer-aided applications.
COURSE CONTENT	Euclidean space, Euclidean frame, Euclidean coordinate system; differentiable functions, diffeomorphism, tangent vector, tangent space, directional derivative; vector field, derivative of a vector field along a vector field; directional derivative along a curve; covariant derivative; parallel vector field, geodesic curve, integral curve; cotangent space, 1-forms; differential operator, gradient, divergence, rotational function; derivative transformation; theory of curves, unit-speed curve, non-unit-speed curve, regular curve, velocity vector, arc length, change of parameter; Lie operator; Frenet frame, Frenet formulas, Frenet planes; helices, involute–evolute curve pair, Bertrand curve pair, spherical indicatrices of a curve; differential forms.

**Coursebook:**

Yüce, Salim. *Öklid Uzayında Diferansiyel Geometri*. 10th ed., Pegem Akademi Publishing, 2024.

Required Readings:

[1] Hacısalihoğlu, H. Hilmi. *Diferansiyel Geometri 1*. Ankara, 2000.

[2] O'Neill, Barrett. *Elementary Differential Geometry*. Academic Press, Inc., 1966.

[3] Thomas, George B., Weir, Maurice D. ve Hass, Joel R. *Thomas Kalkülüs*. 12th ed., vol. 1, Pearson, 2013.

[4] Thomas, George B., Weir, Maurice D. ve Hass, Joel R. *Thomas Kalkülüs*. 12th ed., vol. 2, Pearson, 2012.

[5] Yüce, Salim. *Lineer Cebir*. 8th ed., Pegem Akademi Publishing, 2025.

[6] Yüce, Salim. *Analitik Geometri*. 9th ed., Pegem Akademi Publishing, 2024.

Recommended Readings:

Gray, Alfred, Abbena, Elsa, ve Salamon, Simon. *Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica*. Chapman & Hall/CRC (Taylor & Francis Group), 2006.

Course Learning Outcomes

Upon successful completion of the course, students will be able to

1. Explain the fundamental structure of E^n Euclidean space, including the concepts of Euclidean frame, coordinate system, metric, differentiable functions, and diffeomorphism.
2. Compute directional derivatives, vector field derivatives, and curve directional derivatives by defining the concepts of tangent vector, tangent space, and vector field.
3. Explain the concepts of covariant derivative, Lie operator, cotangent space, 1-form, and differential operator, parallel vector fields, integral curves, and geodesic curves.
4. Apply the applications related to gradient, divergence, rotational functions, and the matrix of derivative transformation.
5. Explain the concept of curves in E^n space and their basic properties.
6. Express the theory of curves in E^3 Euclidean space, including the Frenet frame, formulas, curvatures, special planes, special curves, and the geometric interpretation of curvatures.
7. Apply the theoretical knowledge gained in the theory of curves to solving example problems.

EVALUATION SYSTEM

Activities	Number	Percentage of Grade
Attendance/Participation		
Laboratory		
Application		
Field Work		
Special Course Internship (Work Placement)		
Quizzes/Studio Critics (Required): • Content: Comprehensive questions on all topics covered in the course up to the relevant exam week. • Format: Face-to-face, multiple-choice quiz (20--25 minutes)	4	%20



Detailed Assessment Criteria: -Demonstration of understanding of the fundamental concepts of the course -Ability to solve problems on theoretical topics covered in the course		
Homework Assignments		
Presentations/Jury		
Project		
Seminar/Workshop		
Midterms (Required): Content: Comprehensive questions on all topics covered in the course up to the relevant exam week. Format: Face-to-face. Exam (90 minutes) Detailed Assessment Criteria: -Demonstration of understanding of the fundamental concepts of the course -Ability to solve problems on theoretical topics covered in the course -Carrying out theoretical reasoning processes	1	%40
Final (Required): Content: Comprehensive questions covering the entire content of the course Format: Face-to-face. Exam (90 minutes) Detailed Assessment Criteria: -Demonstration of in-depth understanding of all topics covered in the course -Ability to apply advanced problem-solving skills -Ability to carry out theoretical reasoning processes	1	%40
Percentage of In-Term Studies		%60
Percentage of Final Examination		%40
TOTAL		%100

WEEKLY SUBJECTS AND RELATED PREPARATION STUDIES		
WEEKS	COURSE OUTLINE	Related Preparation
1	Lecture: E^n Euclidean Space: Euclidean frame, Euclidean coordinate system, Euclidean metric, differentiable functions in Euclidean space, diffeomorphism In-Class Practice (30 minutes): Showing that a given point system forms a Euclidean frame in E^3 space, investigating whether a given function is a diffeomorphism In-Class Discussion (5 minutes): Examining the importance of a function being differentiable in applications	- Recollection and activation of prior knowledge on affine space, real inner product space, and derivative. Sources: Coursebook, 2-5. [5], 46-48. [3], 106-108; 115-122. [4], 764-772. - Reading the sections covering Euclidean frame, Euclidean coordinate system, Euclidean metric, differentiable functions in Euclidean space, and diffeomorphisms. Source: Coursebook, 6-10; 14-21.
2	Lecture: Tangent vectors and tangent space, directional derivative, and the geometric interpretation of the directional derivative	- Recollection and activation of prior knowledge on vector spaces. Source: [5], 26-33. - Reading the sections covering tangent vectors, tangent



	In-Class Practice (30 minutes): Examples of tangent vectors and the computation of the directional derivative, both by definition and through alternative methods, together with its geometric interpretation In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the geometric interpretation of the directional derivative	space, and directional derivative. Source: Coursebook, 23–34.
3	Lecture: Vector fields, the space of vector fields, derivative along a vector field, and directional derivative along a curve In-Class Practice (30 minutes): Computation of the directional derivative along a given vector field both by definition and by theorem, and solving problems of directional derivatives along a given curve In-Class Discussion (5 minutes): Comparison between the directional derivative along a tangent vector and the directional derivative along a vector field Quiz 1 (20 minutes): A short quiz covering the topics discussed until the exam week will be administered at the end of the lecture	1. Recollection and activation of prior knowledge on tangent vectors and directional derivative. Source: Coursebook: 23-34. 2. Reading the sections covering vector fields, the space of vector fields, derivative along a vector field, and directional derivative along a curve. Source Coursebook, 34–43. 3. Quiz 1: (review of all topics covered up to the exam week) Source: Coursebook, 6-10; 14-21; 23-43.
4	Lecture: Covariant derivative in E^n: parallel vector field, geodesic curve, integral curve In-Class Practice (30 minutes): Computation of the covariant derivative of a differentiable vector field along another vector field using both the definition and the theorem, and geometric interpretation of the result when evaluated at a given point In-Class Discussion (15 minutes): Geometric interpretation of a parallel vector field along a curve, the information that integral curves provide about a vector field, and discussion of the significance of the geodesic curve concept in everyday life	1. Recollection and activation of prior knowledge on the derivative of a differentiable function along a tangent vector, the properties of the space of vector fields, the product of a real-valued function with a vector field, and the derivative of a real-valued function in the direction of a vector field. Source: Coursebook, 26-43. 2. Reading the sections covering covariant derivative of one vector field with respect to another. Source: Coursebook, 44-49.
5	Lecture: Lie operator; cotangent space and 1-forms In-Class Practice (30 minutes): Solving example problems related to the Lie operator and 1-forms In-Class Discussion (15 minutes): Discussion on the differences between the definitions learned so far: cotangent space, 1-forms, tangent space, tangent vector, vector field, and the space of vector fields-to help students strengthen their understanding of these concepts	1. Recollection and activation of prior knowledge on vector product and its properties, and the dual space. Sources: [5], 168-172; 246-247. [6], 21-23. 2. Reading the sections covering Lie operator; cotangent space and 1-forms. Source: Coursebook, 50-57; 62-63.
6	Lecture: Differential operator; gradient, divergence, and curl functions In-Class Practice (30 minutes): Solving mixed examples on gradient, divergence, and rotational functions, as well as exercises on the differential operator In-Class Discussion (5 minutes): Intuitive interpretation of why the curl of the gradient of a differential function is zero Quiz 2 (20 minutes): A short quiz covering the topics discussed until the exam week will be administered at the end of the lecture	1. Recollection and activation of prior knowledge on partial derivatives and determinant calculations. Sources: [4], 764-772. [5], 233-238. 2. Reading the sections covering gradient, divergence, and rotational functions; differential operator. Source: Coursebook, 64-70; 72-73; 76-79. 3. Quiz 2: (review of all topics covered up to the exam week) Source: Coursebook, 6-10; 14-21; 23-57; 62-70; 72-73; 76-79.
7	Lecture: Derivative transformation and its matrix, regular transformation	1. Recollection and activation of prior knowledge on the matrix corresponding to a linear transformation. Source: [5], 179-184.



	In-Class Practice (30 minutes): Computing and interpreting the derivative transformation and the Jacobian matrix using both the definition and the theorem In-Class Discussion (5 minutes): Geometric interpretation of the derivative transformation	2. Reading the sections covering derivative transformation and its matrix, and regular transformation. Source: Coursebook, 81–99.
8	Midterm 1	Review of all topics covered up to the exam week.
9	Lecture: Theory of curves in E^n space: definitions and examples, velocity vector and its geometric meaning, arc length, and change of parameter In-Class Practice (30 minutes): Finding the velocity vector, speed, tangent vector, arc length function, arc-length parameter, and unit-speed parametrization of a given curve In-Class Discussion (5 minutes): Discussion of the reasons for using reparametrization of curves, the invariants under reparametrization, and its geometric and computational advantages	1. Recollection and activation of prior knowledge on the length of a vector in R^n the derivative of a vector-valued function, and parametric equations. Sources: [5], 49. [4], 610-613; 710-711. 2. Reading the sections covering the definition of a curve, velocity vector, scalar speed function, scalar speed, and change of parameter. Source: Coursebook, 128-143.
10	Lecture: Theory of curves in E^3 Euclidean space; Frenet vectors, Frenet formulas, curvatures, and Frenet planes In-Class Practice (30 minutes): Finding the Frenet vectors, Frenet formulas, curvatures, and Frenet planes of a given unit-speed curve In-class Discussion (5 minutes): Discussion on the role of Frenet vectors and Frenet formulas in understanding the geometric structure of a curve Quiz 3 (20 minutes): A short quiz covering the topics discussed until the exam week will be administered at the end of the lecture	1. Recollection and activation of prior knowledge on finding the equation of a plane. Source: [6], 100-108. 2. Reading the sections covering Frenet vectors, Frenet formulas, and curvatures in E^3 Euclidean space. Source: Coursebook, 173-181. 3. Quiz 3: (review of all topics covered up to the exam week) Source: Coursebook, 6-10; 14-21; 23-57; 62-70; 72-73; 76-79; 81-99; 128-143; 173-181.
11	Lecture: Geometric interpretation of curvatures; Frenet formulas for non-unit-speed curves In-Class Practice (30 minutes): Finding the Frenet vectors, Frenet formulas, and curvatures of a given non-unit-speed curve In-class Discussion (5 minutes): Detailed discussion of the geometric interpretation of the curvatures of a curve	1. Recollection and activation of prior knowledge on series expansion of a single-variable function. Source: [3], 584-588. 2. Reading the sections covering the geometric interpretation of curvatures and the Frenet formulas for non-unit-speed curves. Source: Coursebook, 182-190.
12	Lecture: Fundamental theorem of the theory of curves in E^3 Euclidean space; helices In-Class Practice (30 minutes): Investigating whether a given curve is a helix and, if so, determining its axis In-class Discussion (5 minutes): Discussion of the fundamental geometric properties of helices	1. Recollection and activation of prior knowledge on the angle between two vectors, and the Frenet frame and Frenet formulas in unit-speed curves. Sources: Coursebook, 173-179. [5], 50. 2. Reading the sections covering fundamental theorem of the theory of curves in E^3 Euclidean space and helices. Source: Coursebook, 222-225.
13	Lecture: Involute–evolute curve pairs, Bertrand curve pairs, and spherical indicators of a curve In-Class Practice (30 minutes): Finding the spherical indicators, involute–evolute pairs, or Bertrand curve pairs of given curves, and determining their Frenet vectors In-class Discussion (5 minutes): Discussion of the geometric relationships of involute–evolute and Bertrand curve pairs, as well as the meaning of a curve possessing spherical indicators	1. Recollection and activation of prior knowledge on orthogonality and angle between two vectors, linear dependence, and the Frenet frame and Frenet formulas in unit-speed curves. Sources: Coursebook, 173-179. [5], 23; 50-51. 2. Reading the sections covering involute–evolute curve pairs and Bertrand curve pairs and spherical indicators of a curve. Source: Coursebook, 227-231; 254-258.



14	Lecture: Differential forms in E^3 Euclidean space In-Class Practice (30 minutes): Solving mixed examples on differential forms In-class Discussion (5 minutes): Discussion on the geometric meaning of differential forms Quiz 4 (20 minutes): A short quiz covering the topics discussed until the exam week will be administered at the end of the lecture	1. Recollection and activation of prior knowledge partial derivatives and determinant calculations. Sources: [4], 764-772. [5], 233-238. 2. Reading the sections covering differential forms in E^3 Euclidean space. Source: Coursebook, 100-116. 3. Quiz 4: (review of all topics covered up to the exam week) Source: Coursebook, 6-10; 14-21; 23-57; 62-70; 72-73; 76-79; 81-99; 128-143; 173-190; 222-225; 227-231; 254-258; 100-116.
15	Lecture: Computer-aided applications In-Class Practice (30 minutes): Plotting visualizations of helices, involute-evolute curve pairs, and Bertrand curves using software such as MATLAB, Maple, and Python In-class Discussion (5 minutes): Discussion on how computer-aided applications contribute to a better understanding of the differential geometry I course	1. Learning the basic features of one of the software tools (MATLAB, Maple, or Python) to be used in class, and illustrating them with examples.
16	Final	Review of all topics covered.

ECTS WORKLOAD TABLE

Activities	Number	Duration (Hour)	Total Workload
Course Hours	14	3	42
Laboratory			
Application			
Field Work			
Study Hours Out of Class	14	3	42
Special Course Internship (Work Placement)			
Homework Assignments			
Quizzes/Studio Critics	4	2	8
Project			
Presentations / Seminar			
Mid-Terms (Examination Duration + Examination Prep. Duration)	1	20	20
Final (Examination Duration + Examination Prep. Duration)	1	30	30
Total Workload:			142
Total Workload / 30(h):			4.73
ECTS Credit:			5



Ders Öğrenim Çıktısı & Program Çıktısı Matrisi

	DÖC-1	DÖC-2	DÖC-3	DÖC-4	DÖC-5	DÖC-6	DÖC-7
PC-1 Geometri, analiz, lineer cebir, soyut matematik, cebir ve diferansiyel denklemler gibi matematiğin temel alanlarındaki tanımları ve teoremleri ifade edebilecek, bunlar arasında ilişki kurabilecek ve teoremlerin uygulamalarını açıklayabileceklerdir. / State the definitions and theorems in fundamental areas of mathematics such as geometry, analysis, linear algebra, abstract mathematics, and differential equations, establish connections between them and explain their applications.	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>
PC-2 Matematik alanındaki teorik ve uygulamalı bilgilerini ve matematiksel düşünme becerilerini kullanarak standart ve karmaşık matematiksel problemleri tanımlayabilecek ve analitik ve/veya sayısal yöntemlerle çözebilecek ve matematiksel bir önermenin geçerliliğini farklı ispat yöntemleri ile ispatlayabileceklerdir. / Identify standard and complex mathematical problems, solve these problems with analytical and/or numerical methods and prove the validity of a mathematical proposition through various proof techniques using their theoretical and applied knowledge of mathematics and mathematical thinking skills.	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>
PC-3 Matematik alanındaki teorik ve uygulamalı bilgilerini ve matematiksel düşünme becerilerini kullanarak gerçek hayattaki problemlerin matematiksel modellerini geliştirebilecek ve bu modelleri kullanarak problemlere geçerli çözümler üretebileceklerdir. / Develop mathematical models for real-life problems and generate valid solutions based on these models using their theoretical and applied knowledge of mathematics and mathematical thinking skills.	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>5</u>



PC-4 Disiplinlerarası bir yaklaşımla, farklı alanlarda edinilmiş oldukları bilgileri sentezleyebileceklerdir. / Synthesise knowledge acquired from different disciplines through an interdisciplinary approach.	<u>5</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>
PC-5 Matematik alanında edindikleri bilgi birikimlerini ve matematiksel düşünme becerilerini, teorik matematik, yazılım, finans ve yönetim matematiği, biyomatematik, veri bilimi ve finansal istatistik yöntemleri gibi disiplin-içi ve disiplinlerarası uzmanlık alanlarında geliştirebileceklerdir. / Advance their acquired knowledge in mathematics and mathematical thinking skills in both disciplinary and interdisciplinary areas of specialisation such as pure mathematics, software, financial and managerial mathematics, biomathematics, data science, and financial statistical methods.	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>5</u>
PC-6 Matematik alanında yaygın olarak kullanılan en az bir programlama dili ile bilgisayar ve yapay zekâ teknolojilerini, problemleri çözmek, veri analizi yapmak ve simülasyonlar gerçekleştirmek için kullanabileceklerdir. / Use at least one programming language and computer and artificial intelligence technologies widely employed in mathematics for problem-solving, data analysis, and simulations.	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>5</u>
PC-7 Matematik ve ilgili alanlardaki bilimsel ve teknolojik gelişmeleri izleyebilecek, kariyer fırsatlarını değerlendirerek kişisel ve mesleki gelişim hedeflerini belirleyebilecek ve bu hedeflere ulaşmak için hayat boyu öğrenme stratejilerini kullanabileceklerdir. / Follow scientific and technological developments in mathematics and related fields, assess career opportunities, identify personal and professional development goals, and adopt lifelong learning strategies to achieve these goals.	=	=	=	=	=	=	=
PC-8 Bilimsel	=	=	=	=	=	=	=



araştırmalarını ve mesleki faaliyetlerini yürütürken doğabilecek hukuksal sonuçları ve toplumsal etkileri dikkate alarak mesleki etik ilkeler, kalite standartları ile evrensel değerler doğrultusunda ve sosyal sorumluluk bilinci ve adalet duygusuyla hareket edebileceklerdir. / Act with a sense of social responsibility and justice and in accordance with professional ethical principles, quality standards, and universal values by taking into account potential legal and societal consequences of their scientific research and professional activities.							
PC-9 Bireysel olarak ya da takımlarda etkin biçimde çalışabileceklerdir. / Work effectively both independently and as part of a team.	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>
PC-10 Matematik alanında güvenilir bilgi kaynaklarına ulaşarak literatür taraması yapabilecek ve akademik araştırma tasarlayıp yürütebileceklerdir. / Access reliable sources of information, conduct literature reviews, and design and carry out academic research in the field of mathematics.	=	=	=	=	=	=	=
PC-11 Matematiksel konuları, teorileri, ispatları, araştırmaları ve problem çözümlerini, matematik terminolojisi kullanarak tüm paydaşlara Türkçe ve İngilizcede sözlü ve yazılı olarak etkili biçimde aktarabileceklerdir. / Effectively communicate mathematical topics, theories, proofs, research, and problem solutions to all relevant stakeholders using appropriate mathematical terminology, both orally and in writing, in Turkish and in English.	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>