



DERS BİLGİ FORMU

FAKÜLTE / ENSTİTÜ ADI	Fen Edebiyat Fakültesi
BÖLÜM / PROGRAM / ANABİLİM DALI ADI	Matematik
DERSİN ADI	Diferansiyel Geometri 2
DERSİN KODU	MAT3152
YEREL KREDİSİ	3
AKTS KREDİSİ	6
HAFTALIK DERS SAATİ	3
HAFTALIK UYGULAMA SAATİ	0
HAFTALIK LABORATUVAR SAATİ	0
ÖNKOŞULLAR	Yok
YARIYIL	Bahar
DERSİN DİLİ	İngilizce, Türkçe
DERSİN SEVİYESİ	Lisans
DERSİN TÜRÜ	Zorunlu @ Matematik Lisans Programı
DERSİN KATEGORİSİ	Temel Meslek Dersleri
DERSİN VERİLİŞ ŞEKLİ	Yüz Yüze
DERSİ SUNAN AKADEMİK BİRİM	Matematik Bölümü
DERSİN KOORDİNATÖRÜ	Salim YÜCE
ASİSTAN(LAR)	
DERSİN AMACI	Bu dersin amacı, öğrencilerin kapalı denklem yardımıyla tanımlanan yüzey, parametrik yüzey, yüzeyler üzerindeki diferansiyellenebilir fonksiyonlar, yüzeyler üzerindeki eğriler, teğet ve normal vektörleri, bir yüzeyin teğet düzlemini, parametre eğrileri, şekil operatörü ve matrisi, Gauss dönüşümü, temel formlar, normal eğrilik, Meusnier Teoremi, Euler Teoremi, asal eğrilikler, umbilik noktalar, eğrilik çizgileri (asli eğriler), Gauss eğriligi, ortalama eğrilik, asimptotik ve eşlenik doğrultular, minimal ve flat yüzeyler, yüzeyler üzerindeki geodezikler, asimptotik eğriler, geodezik eğrilik, geodezik burulma, yüzeyler üzerindeki eğrilerin normal eğriligi, Darboux çatısı, Dupin göstergesi ve Gauss anlamında yüzey üzerindeki kovaryant türev gibi diferansiyel geometri kavramlarını derinlemesine kavramalarına yardımcı olmaktır. Ders ayrıca bu kavramları geometrik bir bakış açısıyla ele alır ve üç boyutlu Öklid uzayında ($\mathbb{R}^3$) yüzeyler teorisinin temel özelliklerini ortaya koyar. Ayrıca ders, homeomorfizm, topolojik manifold, atlas, chart, diferansiyellenebilir yapı ve diferansiyellenebilir manifold kavramlarını tanıtır ve manifoldların temel özelliklerini inceler. Bu içerik aracılığıyla ders, öğrencilere teorik bilgileri pratik problemlere uygulama ve diferansiyel geometri alanındaki problemlere çözümler geliştirme becerisi kazandırmayı amaçlamaktadır.
DERSİN İÇERİĞİ	Kapalı denklem ya da parametrik tanım yoluyla verilen yüzeyler; yüzey üzerinde diferansiyellenebilir fonksiyonlar ve eğri, teğet ve normal vektörü, yüzeyin teğet düzlemi, parametre eğrileri; yüzeyin şekil operatörü ve matrisi, Gauss dönüşümü, temel formlar, normal eğrilik, Meusnier teoremi, Euler teoremi, asli (asal) eğrilik, umbilik nokta, eğrilik çizgisi (asli eğri), Gauss eğriligi, ortalama eğrilik, asimptotik doğrultu, eşlenik doğrultular; minimal yüzey, flat yüzey, yüzey üzerinde geodezik eğriler, asimptotik eğri; yüzey üzerinde eğrilerin geodezik eğriligi, geodezik burulması ve normal eğriligi; Darboux çatısı; Dupin



	göstergesi; yüzeyler üzerinde Gauss anlamında kovaryant türev; homeomorfizm, topolojik manifold, atlas, harita, diferansiyellenebilir yapı, diferansiyellenebilir manifold.	
DERS KİTABI / MALZEMESİ / ÖNERİLEN KAYNAKLAR	Ders Kitabı: Yüce, Salim. <i>Öklid Uzayında Diferansiyel Geometri</i> . 10. baskı, Pegem Akademi Yayıncılık, 2024. Zorunlu Kaynaklar: [1] Çelik, Salih, Çelik, Sultan A. <i>Matematik Analiz 2</i> . Birsen Yayınevi, İstanbul, 2011. [2] Hacısalihoğlu, H. Hilmi. <i>Diferensiyel Geometri 1</i> . Ankara University, 2000. [3] Munkres, James R. <i>Topology</i> . 2. baskı, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 2000. [4] O'Neill, Barrett. <i>Elementary Differential Geometry</i> . Academic Press, Inc. 1966. [5] Thomas, George B., Weir, Maurice D. ve Hass, Joel R. <i>Thomas Kalkülüs</i> . 12. baskı, cilt 2, Pearson, 2012. [6] Yüce, Salim. <i>Lineer Cebir</i> . 8. baskı, Pegem Akademi Yayıncılık, 2025. [7] Yüce, Salim. <i>Analitik Geometri</i> . 9. baskı, Pegem Akademi Yayıncılık, 2024. Önerilen Kaynaklar: Gray, Alfred, Abbena, Elsa ve Salamon, Simon. <i>Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica</i> . Chapman & Hall/CRC (Taylor & Francis Group), 2006.	
Ders Öğrenim Çıktıları	Bu dersi başarıyla tamamlayan öğrenciler, E^3 Öklid uzayında yüzeylerin kapalı ya da parametrik ifade edilmesini, yüzey üzerindeki eğriler, teğet ve normal vektörler ile teğet düzlemi kavramlarını açıklayabileceklerdir. - Parametre eğrileri ve yüzey yönlendirmesi kavramlarını tanımlayarak, yönlendirilebilir yüzeylerde şekil operatörünü ve matrisini hesaplayabileceklerdir. - Gauss dönüşümü, temel formlar ve Meusnier Teoremi, Euler Teoremi gibi teoremleri açıklayabileceklerdir. - Asli eğrilik, umbilik nokta, eğrilik çizgisi, Gauss eğriliği ve ortalama eğrilik kavramlarını ve yüzey noktalarının eğrisel yapısını ifade edebileceklerdir. - Asimptotik doğrultu, eşlenik doğrultular, asimptotik eğri, geodezik eğri ve yüzey üzerindeki eğrilerin geodezik burulmasını, geodezik ve normal eğriliklerini ifade edebileceklerdir. - Darboux çatısı, Dupin göstergesi, Gauss denklemi gibi ileri düzey kavramları; Gauss denklemini küresel göstergelere uygulanmasını açıklayabileceklerdir. - Homeomorfizm, topolojik manifold, harita, atlas, diferansiyellenebilir yapı ve diferansiyellenebilir manifold kavramlarını açıklayabileceklerdir. - Yüzeyler teorisine ve manifoldlara ilişkin edindiği bilgileri uygulamalı örnekler üzerinde kullanarak yüzey geometrisine dair problemleri çözebileceklerdir.	
DEĞERLENDİRME SİSTEMİ		
Etkinlikler	Sayı	Katkı Payı
Devam/Katılım		
Laboratuvar		
Uygulama		
Arazi Çalışması		
Derse Özgü Staj		



Kısa Sınavlar/Stüdyo Kritiği: İçerik: İlgili sınav haftasına kadar işlenen konuların tümünü kapsayan kapsamlı soruların sorulması Format: Yüz yüze. Çoktan seçmeli kısa sınav (20-25 dakika) Detaylı Değerlendirme Kriterleri: -Dersin temel kavramlarının anlaşıldığının gösterilmesi -Derste işlenen teorik konular ile ilgili problemleri çözebilme	4	%20
Ödev		
Sunum/Jüri		
Proje		
Seminer/Workshop		
Ara Sınavlar (Zorunlu): İçerik: Sınav haftasına kadar işlenen konuların tümünü kapsayan kapsamlı sorular Format: Yüz yüze. Sınav (90 dakika) Detaylı Değerlendirme Kriterleri: -Dersin temel kavramlarının anlaşıldığının gösterilmesi -Teorik konularla ilgili problemlerin çözülebilmesi -Teorik düşünme süreçlerinin yürütülmesi	1	%40
Final (Zorunlu): İçerik: Dersin tüm içeriğini kapsayan kapsamlı sorular Format: Yüz yüze. Sınav (90 dakika) Detaylı Değerlendirme Kriterleri: -Derste işlenen tüm konuların derinlemesine kavranmış olduğunun gösterilmesi -İleri düzey problem çözme becerilerinin kullanılabilmesi -Teorik düşünme süreçlerinin yürütülmesi	1	%40
Dönem İçi Çalışmaların Başarı Notuna Katkısı		%60
Final Sınavının Başarı Notuna Katkısı		%40
TOPLAM		%100

HAFTALIK KONULAR VE İLGİLİ ÖN HAZIRLIK ÇALIŞMALARI

HAFTALAR	KONULAR	ÖN HAZIRLIK
1	Konu Anlatımı: E^3 Öklid uzayında yüzeyler teorisi: Kapalı denklem yardımıyla yüzey, yüzey üzerinde eğri, teğet vektör, teğet vektör alanı, normal vektör, normal vektör alanı ve teğet düzlem Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Kapalı denklem ile verilen bir yüzey üzerinde birim normal vektör alanının, teğet vektör alanlarının, belli bir noktadaki teğet düzlemin bulunması, verilen noktanın teğet düzlem üzerinde veya yüzey üzerinde olup olmadığının kontrol edilmesi Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Yüzey olma şartlarının, her yüzey noktası için teğet düzlemin tek olup olmadığının tartışılması	- Kapalı denklem ile verilen bir fonksiyon için kısmi türev ve düzlem denkleminin bulunmasına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynaklar: [1], 288-299. [7], 100-108. - Kapalı denklem yardımıyla yüzeyin ifadesi ve yüzey olma şartı, teğet vektör, teğet vektör alanı, normal vektör, normal vektör alanı, teğet düzlem konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 310-311; 320-321; 324-326.
2	Konu Anlatımı: Parametrik yüzey, normal vektörü ve parametre eğrileri	Vektör değerli fonksiyonlarda türeve ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynaklar: [1], 183-185.



	Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Parametrik olarak ifade edilen bir yüzeyin birim normal vektör alanının, parametre eğrilerinin, parametre eğrilerinin teğet vektörlerinin ve bir noktadaki teğet düzleminin bulunması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Yüzeyin hangi durumlarda parametrik ifadesinin, hangi durumlarda ise kapalı denklem formunda ifadesinin daha avantajlı ve tercih edilir olduğunun tartışılması	[5], 709-715. 2. Parametrik yüzey, normal vektörü ve parametre eğrileri konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 311-324.
3	Konu Anlatımı: Yüzeylerde yönlendirme ve şekil operatörü Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Hem parametrik hem de kapalı formda verilen yüzeyler için birim normal vektör alanının bulunarak, kovaryant türev aracılığıyla şekil operatörünün hesaplanması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Yüzey yönlendirmesinin önemi ve şekil operatörünün yüzeyin geometrik olarak yorumlanmasındaki rolünün tartışılması Kısa Sınav 1 (20 dk.): Ders sonunda, 3. haftanın sonuna kadar derste işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Lineer dönüşüme ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [6], 140-157. 2. Yüzeylerde yönlendirme ve yüzeyler üzerinde şekil operatörü konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 328-329; 332-334. 3. Kısa Sınav 1: (3. haftanın sonuna kadar işlenen tüm konular) Kaynak: Ders Kitabı, 310-334.
4	Konu Anlatımı: Şekil operatörünün matrisinin hesabı Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Hem kapalı hem de parametrik formda verilen yüzeylerin şekil operatörünün matrisinin bulunması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Şekil operatörünün matrisinin baza göre değişiminin tartışılması	1. Lineer dönüşümün matrisine ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [6], 178-184. 2. Şekil operatörünün matris hesabı konusunu içeren bölümün okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 334-343.
5	Konu Anlatımı: Gauss dönüşümü ve temel formlar Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Birim silindirik yüzeyinin Gauss dönüşümünün elde edilmesi, birim kürenin şekil operatörünün bulunarak temel formlarının bulunması, herhangi bir yüzey için temel formların hesaplanması ve şekil operatörünün matrisinin temel form katsayıları ile elde edilmesi Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Birinci ve ikinci temel formlar arasındaki ilişkinin şekil operatörünün özelliklerini nasıl etkilediğinin ve birinci, ikinci temel formun geometrik yorumunun tartışılması	1. Yüzeyin normaline ve şekil operatörünün özelliklerine ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 328-329; 332-334. 2. Gauss dönüşümü ve temel formlar konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 343-349.
6	Konu Anlatımı: Normal eğrilik ve Meusnier Teoremi Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Hem parametrik hem de kapalı formda verilen yüzeyler için verilen bir P noktasındaki teğet vektörü doğrultusunda normal eğrilik hesaplanması Sınıf-içi Tartışma (10 dk.): Verilen herhangi bir vektör için normal eğrilik hesaplanıp hesaplanamayacağının, normal eğrilik yüzeyin geometrik yapısına dair ne tür bilgiler verdiğinin tartışılması ve Meusnier Teoremi'nin geometrik yorumu Kısa Sınav 2 (20 dk.): Ders sonunda 6. haftanın sonuna kadar derste işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Parametrik veya kapalı denklem ile verilen yüzeylerin teğet vektörlerine ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 320-321; 324-326. 2. Normal eğrilik ve Meusnier Teoremi konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 349-351. 3. Kısa Sınav 2: (6. haftanın sonuna kadar işlenen tüm konular) Kaynak: Ders Kitabı, 310-351.
7	Konu Anlatımı: Normal kesit eğrisi, asli eğrilikler ve asli vektörler, umbilik nokta ve Euler teoremi Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Hem parametrik hem de kapalı formda verilen yüzeyler için seçilen bir noktada şekil operatörünü kullanarak asli eğrilikleri ve umbilik nokta olup olmadığını belirleme Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Asli eğrilikler ve onların karşılık geldiği asli vektörlerin, yüzeyin yerel geometrisini tanımlamada neden merkezi bir rol oynadığının ve yüzeyin eğrilik yapısını nasıl öznetlediğinin tartışılması	1. Hem parametrik hem de kapalı formda verilen yüzeyler için şekil operatörüne ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 328-329; 332-343. 2. Normal kesit eğrisi, asli eğrilikler, asli vektörler, umbilik nokta ve Euler Teoremi konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 352-362.



8	Ara Sınav 1	Sınav haftasına kadar işlenen konuların tümünün tekrar edilmesi
9	Konu Anlatımı: Eğrilik çizgisi, Gauss eğriliği, ortalama eğrilik ve düzlemsel nokta Sınıf-İçi Uygulama (30 dk.): Hem parametrik hem de kapalı formda verilen yüzeyler için Gauss eğriliği ve ortalama eğriliğinin hesaplanması. Yüzey üzerinde verilen bir eğrinin bir eğrilik çizgisi olup olmadığının incelenmesi Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Gauss eğriliği ve ortalama eğriliğinin yüzeyin lokal ve global geometrisini anlamadaki rollerinin tartışılması	1. Hem parametrik hem de kapalı formda verilen yüzeyler için şekil operatörüne ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 328-329; 332-343. 2. Eğrilik çizgisi, Gauss ve ortalama eğrilik ve düzlemsel nokta konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 362-379.
10	Konu Anlatımı: Asimptotik doğrultu, asimptotik eğri, geodezik eğri; yüzey üzerinde eğrilerin geodezik burulması, geodezik eğriliği ve normal eğriliği Sınıf-İçi Uygulama (30 dk.): Yüzey üzerinde verilen bir eğrinin asimptotik eğri, geodezik eğri olup olmadığının incelenmesi ve eğrinin geodezik burulması, geodezik eğriliği ve normal eğriliğinin hesaplanması Sınıf-İçi Tartışma (10 dk.): Asimptotik eğrilerin hangi yüzey türlerinde ortaya çıktığının ve geometrik anlamlarının, geodezik burulma, geodezik eğrilik ve normal eğrilik kavramlarının yüzey üzerindeki eğrilerin davranışını nasıl belirlediğinin tartışılması	1. Hem parametrik hem de kapalı formda verilen yüzeyler için şekil operatörüne ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 328-329; 332-343. 2. Asimptotik doğrultu, asimptotik eğri, eşlenik vektörler, geodezik eğri ve yüzey üzerinde eğrilerin geodezik burulması, geodezik eğriliği ve normal eğriliği konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 383-390; 414-418; 621.
11	Konu Anlatımı: Darboux çatısı, Dupin göstergesi ve Gauss denklemi Sınıf-İçi Uygulama (30 dk.): Yüzeyin bir P noktasındaki Dupin göstergesini bularak bu noktanın sınıflandırılması, yüzey üzerinde Gauss denklemi bulma sorularının çözülmesi ve verilen bir yüzey üzerindeki eğriye göre Darboux çatısının hesaplanması Sınıf-İçi Tartışma (10 dk.): Yüzey üzerinde bir eğri boyunca paralel vektör alanı ve geodezik eğri kavramlarının yüzey üzerindeki geometrik anlamı Kısa Sınav 3 (20 dk.): Ders sonunda 11. haftanın sonuna kadar derste işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Bir eğrinin Frenet çatısına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 173-190. 2. Darboux çatısı, Dupin göstergesi ve Gauss anlamında kovaryant konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 418-419; 421-424. 3. Kısa Sınav 3: (11. haftanın sonuna kadar işlenen tüm konular) Kaynak: Ders Kitabı, 310-390; 414-424; 621.
12	Konu Anlatımı: Gauss denkleminin teğetler göstergesine uygulanması Sınıf-İçi Uygulama (30 dk.): Yüzey üzerinde verilen bir eğri için Gauss denkleminin teğetler göstergesine uygulanması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Gauss denkleminin 2. ve 3. küresel gösterge eğrileri için de uygulanıp uygulanamayacağının tartışılması	1. Teğetler göstergesine ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 254-256. 2. Gauss denkleminin küresel göstergelere uygulanması konusunu içeren bölümün okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 425.
13	Konu Anlatımı: Manifoldlar: homeomorfizm, topolojik manifold ve örnekleri Sınıf-İçi Uygulama (30 dk.): Çeşitli örnekler alınarak verilen kümelerin topolojik manifold olup olmadığının gösterilmesi Sınıf-İçi Tartışma (10 dk.): Homeomorfizmin koruduğu özelliklerin ve homeomorfik ancak farklı geometrik/topolojik özelliklere sahip uzayların varlığının tartışılması	1. Topoloji ve topolojik uzaya ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [3]. 2. Homeomorfizm ve topolojik manifold konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: [2], 11-17.
	Konu Anlatımı: Koordinat komşuluğu (harita), atlas, diferansiyellenebilir yapı ve diferansiyellenebilir manifoldlar Sınıf-İçi Uygulama (45 dk.): Birim çember ve birim kürenin birer diferansiyellenebilir manifold olduklarının gösterilmesi Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Diferansiyellenebilir manifoldların topolojik manifoldlara göre avantajları	1. Çok değişkenli fonksiyonlarda ters ve türeve ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynaklar: [1], 241-246. [4], 169-170. 2. Koordinat komşuluğu (harita), atlas, diferansiyellenebilir yapı ve diferansiyellenebilir manifold konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: [2],



14	Kısa Sınav 4 (20 dk.): Ders sonunda 14. haftanın sonuna kadar derste işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	18-30. 3. Kısa Sınav 4: (14. haftanın sonuna kadar işlenen tüm konular) Kaynaklar: Ders Kitabı, 310-390; 414-425; 621. [2], 11-30.
15	Konu Anlatımı: Bilgisayar destekli uygulamalar Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Matlab, Maple, Python gibi programlama dillerinin birinde çeşitli yüzey (silindir, hiperboloid, küre gibi) çizimine dair uygulamanın kodlarının hazırlanması ve görsellerinin çizdirilmesi Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Bilgisayar destekli uygulamaları kullanmanın diferansiyel geometri 2 dersinin daha iyi anlaşılması konusundaki katkılarının tartışılması	1. Derste kullanabilmek için, Matlab, Maple, Python gibi program ve uygulamalardan birisinin temel özelliklerinin öğrenimi
16	Final	İşlenen konuların tümünün tekrar edilmesi

AKTS İŞYÜKÜ TABLOSU

Etkinlikler	Sayı	Süresi (Saat)	Toplam İşyükü
Ders Saati	14	3	42
Laboratuar			
Uygulama			
Arazi Çalışması			
Sınıf Dışı Ders Çalışması	14	4	56
Derse Özgü Staj			
Ödev			
Küçük Sınavlar/Stüdyo Kritiği	4	3	12
Projeler			
Sunum / Seminer			
Ara Sınavlar (Sınav Süresi + Sınav Hazırlık Süresi)	1	25	25
Final (Sınav Süresi + Sınav Hazırlık Süresi)	1	35	35
Toplam İş yükü:			170
Toplam İş yükü / 30(s):			5.67
AKTS Kredisi:			6



COURSE INFORMATION FORM

FACULTY / GRADUATE SCHOOL	Faculty of Arts and Sciences
DEPARTMENT / PROGRAMME	Mathematics
TITLE OF COURSE	Differential Geometry 1
CODE	MAT3152
LOCAL CREDIT	3
ECTS	6
LECTURE HOUR / WEEK	3
PRACTICAL HOUR / WEEK	0
LABORATORY HOUR / WEEK	0
PREREQUISITE	None
SEMESTER	Spring
COURSE LANGUAGE	English, Turkish
LEVEL OF COURSE	First Cycle
COURSE TYPE	Required @ Bachelor Programme in Mathematics
COURSE CATEGORY	Core Courses
MODE OF DELIVERY	Face-to-Face
OWNER ACADEMIC UNIT	Department of Mathematics
COURSE COORDINATOR	Salim YÜCE
ASSISTANT(S)	
COURSE OBJECTIVES	This course aims to help students develop a deep understanding of differential geometry concepts, including surfaces defined by implicit equations or parametric representations, differentiable functions on surfaces, curves on surfaces, tangent and normal vectors, tangent planes, parameter curves, the shape operator and its matrix, the Gauss map, fundamental forms, normal curvature, Meusnier's Theorem, Euler's Theorem, principal curvatures, umbilical points, lines of curvature (principal curves), Gaussian curvature, mean curvature, asymptotic directions, conjugate directions, minimal and flat surfaces, geodesics on surfaces, asymptotic curves, geodesic curvature, geodesic torsion, the normal curvature of curves on surfaces, the Darboux frame, the Dupin indicatrix, and the concept of covariant derivatives on surfaces in the sense of Gauss. The course also examines these concepts from a geometric point of view and expresses the fundamental properties of the theory of surfaces in three-dimensional Euclidean space (E^3). In addition, the course introduces the definitions of homeomorphism, topological manifold, atlas, chart, differentiable structure, and differentiable manifold, and it examines the fundamental properties of manifolds. Through this content, the course aims to provide students with the ability to apply theoretical knowledge to practical problems and to develop solutions to problems in differential geometry.
COURSE CONTENT	Surfaces given by implicit equations or parametric representations; differentiable functions and curves on surfaces, tangent and normal vectors, tangent plane of a surface, parameter curves; the shape operator and its matrix, Gauss map, fundamental forms, normal curvature, Meusnier's Theorem, Euler's Theorem; principal curvatures, umbilical point, lines of curvature (principal curves), Gaussian curvature, mean curvature, asymptotic direction, conjugate directions, minimal surface, flat surface, geodesics on surfaces, asymptotic curve; geodesic curvature, geodesic torsion and normal curvature of



	curves on surfaces; Darboux frame; Dupin indicatrix, covariant derivative on surfaces in the sense of Gauss; homeomorphism, topological manifold, atlas, chart, differentiable structure, differentiable manifold.	
RECOMMENDED OR REQUIRED READINGS	Coursebook: Yüce, Salim. <i>Öklid Uzayında Diferansiyel Geometri</i>. 10th ed., Pegem Academy Publishing, 2024. Required Readings: [1] Çelik, Salih, Çelik, Sultan A. <i>Matematik Analiz 2</i>. Birsen Publisher, Istanbul, 2011. [2] Hacısalihoğlu, H. Hilmi. <i>Diferensiyel Geometri 1</i>. Ankara, 2000. [3] Munkres, James R. <i>Topology</i>. 2nd ed., Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 2000. [4] O'Neill, Barrett. <i>Elementary Differential Geometry</i>. Academic Press, Inc., 1966. [5] Thomas, George B., Weir, Maurice D. and Hass, Joel R. <i>Thomas Kalkülüs</i>. 12th ed., vol. 2, PEARSON, 2012. [6] Yüce, Salim. <i>Lineer Cebir</i>. 8th ed., Pegem Academy Publishing, 2025. [7] Yüce, Salim. <i>Analitik Geometri</i>. 9th ed., Pegem Academy Publishing, 2024. Recommended Readings: Gray, Alfred, Abbena, Elsa, and Salamon, Simon. <i>Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica</i>. Chapman & Hall/CRC (Taylor & Francis Group), 2006.	
Course Learning Outcomes	Upon successful completion of the course, students will be able to 1. Explain the definition of surfaces in E^3 Euclidean space given by implicit or parametric representations, the concepts of curves on surfaces, tangent and normal vectors, and the tangent plane. 2. Compute the shape operator and its matrix on orientable surfaces by defining parameter curves and the concept of surface orientation; 3. Explain the Gauss map, the fundamental forms and theorems such as Meusnier’s Theorem and Euler’s Theorem. 4. Express the concepts of principal curvature, umbilical point, lines of curvature, Gaussian curvature, and mean curvature, the curvature structure of points on a surface. 5. Express asymptotic direction, conjugate directions, asymptotic curve, and geodesic curve, as well as the geodesic torsion, geodesic curvature, and normal curvature of curves on surfaces. 6. Explain advanced concepts such as the Darboux frame, the Dupin indicatrix, and Gauss’s equation; the application of Gauss’s equation to spherical representations. 7. Explain the concepts of homeomorphism, topological manifold, chart, atlas, differentiable structure and differentiable manifolds. 8. Apply the acquired knowledge of surface theory and manifolds in practical examples to solve problems related to surface geometry.	
EVALUATION SYSTEM		
Activities	Number	Percentage of Grade
Attendance/Participation		
Laboratory		
Application		



Field Work		
Special Course Internship (Work Placement)		
Quizzes/Studio Critics (Required): Content: Comprehensive questions on all topics covered in the course up to the relevant exam week. Format: Face-to-face, multiple-choice quiz (20--25 minutes) Detailed Assessment Criteria: -Demonstration of understanding of the fundamental concepts of the course -Ability to solve problems on theoretical topics covered in the course	4	%20
Homework Assignments		
Presentations/Jury		
Project		
Seminar/Workshop		
Midterms (Required): Content: Comprehensive questions on all topics covered in the course up to the relevant exam week. Format: Face-to-face. Exam (90 minutes) Detailed Assessment Criteria: -Demonstration of understanding of the fundamental concepts of the course -Ability to solve problems on theoretical topics covered in the course -Carrying out theoretical reasoning processes	1	%40
Final (Required): Content: Comprehensive questions covering the entire content of the course Format: Face-to-face. Exam (90 minutes) Detailed Assessment Criteria: -Demonstration of in-depth understanding of all topics covered in the course -Ability to apply advanced problem-solving skills -Ability to carry out theoretical reasoning processes	1	%40
Percentage of In-Term Studies		%60
Percentage of Final Examination		%40
TOTAL		%100

WEEKLY SUBJECTS AND RELATED PREPARATION STUDIES

WEEKS	COURSE OUTLINE	RELATED PREPARATION
1	Lecture: Theory of surfaces in E^3 Euclidean space: surface defined by an implicit equation, curve on a surface, tangent vector, tangent vector field, normal vector, normal vector field, and tangent plane In-Class Practice (30 minutes): Determining the unit normal vector field, tangent vector fields, and the	- Recollection and activation of prior knowledge on finding partial derivatives and the equation of a plane for a function given by an implicit form. Sources: [1], 288-299. [7], 100-108. - Reading the sections covering expressing a surface with an implicit equation and the condition of being a surface, tangent vector, tangent vector field, normal



	tangent plane at a given point on a surface defined by an implicit equation; checking whether a given point lies on the tangent plane or on the surface In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the conditions for a surface and whether the tangent plane at each point of a surface is unique	vector, normal vector field, and tangent plane. Source: Coursebook, 310–311; 320–321; 324–326.
2	Lecture: Parametric surface, normal vector, and parameter curves In-Class Practice (30 minutes): Finding the unit normal vector field, parameter curves, the tangent vectors of the parameter curves, and the tangent plane at a given point of a parametrically defined surface In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on when it is more advantageous and preferable to represent a surface parametrically and when it is more suitable to represent it in implicit form	1. Recollection and activation of prior knowledge on the derivative of vector-valued functions. Sources: [1], 183-185. [5], 709-715. 2. Reading the sections covering parametrically defined surfaces, normal vector, and parameter curves. Source: Coursebook, 311-324.
3	Lecture: Surface orientation and the shape operator In-Class Practice (30 minutes): Finding the unit normal vector field for surfaces given both in parametric and implicit form, and computing the shape operator through the covariant derivative In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the importance of surface orientation and the role of the shape operator in the geometric interpretation of a surface Quiz 1 (20 minutes): At the end of the session, a short quiz will be administered covering the topics studied up to the end of week 3	1. Recollection and activation of prior knowledge on the concept of linear transformation. Source: [6], 140-157. 2. Reading the sections covering the orientation on surfaces and shape operator on surfaces. Source: Coursebook, 328-329; 332-334. 3. Quiz 1: (all topics up to the end of week 3) Source: Coursebook, 310-334.
4	Lecture: Computation of the matrix of the shape operator In-Class Practice (30 minutes): Finding the matrix of the shape operator for surfaces given both in implicit and parametric form In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the change of the matrix of the shape operator with respect to the choice of basis	1. Recollection and activation of prior knowledge on the matrix of a linear transformation. Source: [6], 178-184. 2. Reading the section covering the matrix computation of the shape operator. Source: Coursebook, 334-343.
5	Lecture: Gauss map and fundamental forms In-Class Practice (30 minutes): Deriving the Gauss map of the unit cylinder, finding the shape operator of the unit sphere and computing its fundamental forms, calculating the fundamental forms for an arbitrary surface, and obtaining the matrix of the shape operator through the coefficients of the fundamental forms In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on how the relationship between the first and second fundamental forms affects the properties of the shape operator, and on the geometric interpretation of the first and second fundamental forms	1. Recollection and activation of prior knowledge on the surface normal and the properties of the shape operator. Source: Coursebook, 328-329; 332-334. 2. Reading the sections covering Gauss map and fundamental forms. Source: Coursebook, 343-349.
6	Lecture: Normal curvature and Meusnier's Theorem In-Class Practice (30 minutes): Computing the normal curvature in the direction of a given tangent vector at point P for surfaces defined both parametrically and implicitly. In-Class Discussion (10 minutes): Discussion on whether the normal curvature can be computed for any	1. Recollection and activation of prior knowledge on the tangent vectors of surfaces given by a parametric or an implicit form. Source: Coursebook, 320-321; 324-326. 2. Reading the sections covering the concept of normal curvature and Meusnier's Theorem. Source: Coursebook, 349-351. 3. Quiz 2: (all topics up to the end of week 6) Source: Coursebook, 310-351.



	given vector, what kind of information normal curvature provides about the geometry of the surface, and the geometric interpretation of Meusnier's Theorem. Quiz 2 (20 minutes): At the end of the session, a short quiz will be administered covering the topics studied up to the end of week 6	
7	Lecture: Normal Section Curve, Principal Curvatures and Principal Vectors, Umbilic Point, and Euler's Theorem In-Class Practice (30 minutes): Using the shape operator at a chosen point on surfaces defined parametrically and implicitly to determine the principal curvatures and whether the point is umbilic. In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on why principal curvatures and their corresponding principal vectors play a central role in describing the local geometry of a surface, and how they summarize the curvature structure of the surface.	1. Recollection and activation of prior knowledge on the shape operator for surfaces given by a parametric or an implicit form. Source: Coursebook, 328-329; 332-343. 2. Reading the sections covering the normal section curve, principal curvatures, principal directions, umbilic point, and Euler's Theorem. Source: Coursebook, 352-362.
8	Midterm 1	Review of all topics covered up to the exam week.
9	Lecture: Lines of curvature, Gaussian Curvature, mean Curvature, planar point In-Class Practice (30 minutes): Computing the Gaussian curvature and mean curvature for surfaces given both parametrically and implicitly; examining whether a given curve on the surface is a line of curvature In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the roles of Gaussian curvature and mean curvature in understanding both the local and global geometry of a surface	1. Recollection and activation of prior knowledge on the shape operator for surfaces given by a parametric or an implicit form. Source: Coursebook, 328-329; 332-343. 2. Reading the sections covering the lines of curvature, Gaussian curvature, mean curvature and planar point. Source: Coursebook, 362-379.
10	Lecture: Asymptotic direction, asymptotic curve, geodesic curve; geodesic torsion, geodesic curvature, and normal curvature of curves on a surface In-Class Practice (30 minutes): Investigating whether a given curve on a surface is an asymptotic curve or a geodesic curve, and computing its geodesic torsion, geodesic curvature, and normal curvature In-Class Discussion (10 minutes): Discussion on the types of surfaces where asymptotic curves appear and their geometric significance, as well as how geodesic torsion, geodesic curvature, and normal curvature determine the behavior of curves on a surface	1. Recollection and activation of prior knowledge on the shape operator for surfaces given by a parametric or an implicit form. Source: Coursebook, 328-329; 332-343. 2. Reading the sections covering the asymptotic directions, asymptotic curves, conjugate directions, geodesic torsion, geodesic curvature, and normal curvature of curves on a surface. Source: Coursebook, 383-390; 414-418; 621.
11	Lecture: Darboux frame, Dupin indicatrix, and Gauss equation In-Class Practice (30 minutes): Determining the Dupin indicatrix at a given point P of a surface to classify the point, solving problems related to finding the Gauss equation on surfaces, and computing the Darboux frame along a curve on a given surface. In-Class Discussion (10 minutes): Discussion on the geometric meaning of parallel vector fields and geodesic curves along a curve on a surface. Quiz 3 (20 minutes): At the end of the session, a short quiz will be administered covering the topics studied up to the end of week 11.	1. Recollection and activation of prior knowledge on the Frenet frame of a curve. Source: Coursebook, 173-190. 2. Reading the sections covering the Darboux frame, Dupin indicatrix, and covariant derivative in the sense of Gauss. Source: Coursebook, 418-419; 421-424. 3. Quiz 3: (all topics up to the end of week 11) Source: Coursebook, 310-390; 414-424; 621.



12	Lecture: Application of the Gauss equation to the tangent indicatrix In-Class Practice (30 minutes): Applying the Gauss equation to the tchebychev indicatrix for a given curve on a surface In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on whether the Gauss equation can also be applied to the second and third spherical indicatrices.	1. Recollection and activation of prior knowledge on the tangent indicatrix. Source: Coursebook, 254-256. 2. Reading the sections covering the application of the Gauss equation to spherical indicatrices. Source: Coursebook, 425.
13	Lecture: Manifolds: Homeomorphism, topological manifolds, and examples In-Class Practice (30 minutes): Checking whether given transformations are topological manifolds. In-Class Discussion (10 minutes): Discussion on which properties homeomorphism preserves and the existence of spaces that are homeomorphic but have different characteristics	1. Recollection and activation of prior knowledge on topology and topological spaces. Source: [3]. 2. Reading the sections covering homeomorphism and topological manifolds. Source: [2], 11-17.
14	Lecture: Coordinate neighborhoods (charts), atlases, differentiable structures, and differentiable manifolds In-Class Practice (45 minutes): Demonstrating that the unit circle and the unit sphere are differentiable manifolds In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the advantages of differentiable manifolds compared to topological manifolds Quiz 4 (20 minutes): At the end of the session, a short quiz will be administered covering the topics studied up to the end of week 14	1. Recollection and activation of prior knowledge on the inverse and derivative of multivariable functions. Sources: [1], 241-246. [4], 169-170. 2. Reading the sections covering the coordinate neighborhood (chart), atlas, differentiable structure, and differentiable manifolds. Source: [2], 18-30. 3. Quiz 4: (all topics up to the end of week 14) Sources: Coursebook, 310-390; 414-425; 621. [2], 11-30
15	Lecture: Computer-aided applications In-Class Practice (30 minutes): Plotting various surfaces (such as cylinder, hyperboloid, and sphere) using software and applications like Matlab, Maple, and Python. In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on how using computer-aided applications contributes to a better understanding of the differential geometry 2 course	1. Learning the basic features of one of the software tools such as Matlab, Maple, or Python to be used in the course.
16	Final	Review of all topics covered.

ECTS WORKLOAD TABLE

Activities	Number	Duration (Hour)	Total Workload
Course Hours	14	3	42
Laboratory			
Application			
Field Work			
Study Hours Out of Class	14	4	56
Special Course Internship (Work Placement)			
Homework Assignments			



Quizzes/Studio Critics	4	3	12
Project			
Presentations / Seminar			
Mid-Terms (Examination Duration + Examination Prep. Duration)	1	25	25
Final (Examination Duration + Examination Prep. Duration)	1	35	35
Total Workload:			170
Total Workload / 30(h):			5.67
ECTS Credit:			6



Ders Öğrenim Çıktısı & Program Çıktısı Matrisi

	DÖC-1	DÖC-2	DÖC-3	DÖC-4	DÖC-5	DÖC-6	DÖC-7	DÖC-8
PC-1 Geometri, analiz, lineer cebir, soyut matematik, cebir ve diferansiyel denklemler gibi matematiğin temel alanlarındaki tanımları ve teoremleri ifade edebilecek, bunlar arasında ilişki kurabilecek ve teoremlerin uygulamalarını açıklayabileceklerdir. / State the definitions and theorems in fundamental areas of mathematics such as geometry, analysis, linear algebra, abstract mathematics, and differential equations, establish connections between them and explain their applications.	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>
PC-2 Matematik alanındaki teorik ve uygulamalı bilgilerini ve matematiksel düşünme becerilerini kullanarak standart ve karmaşık matematiksel problemleri tanımlayabilecek ve analitik ve/veya sayısal yöntemlerle çözebilecek ve matematiksel bir önermenin geçerliliğini farklı ispat yöntemleri ile ispatlayabileceklerdir. / Identify standard and complex mathematical problems, solve these problems with analytical and/or numerical methods and prove the validity of a mathematical proposition through various proof techniques using their theoretical and applied knowledge of mathematics and mathematical thinking skills.	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>
PC-3 Matematik alanındaki teorik ve uygulamalı bilgilerini ve matematiksel düşünme becerilerini kullanarak gerçek hayattaki problemlerin matematiksel modellerini geliştirebilecek ve bu modelleri kullanarak problemlere geçerli çözümler üretebileceklerdir. / Develop mathematical models for real-life problems and generate valid solutions based on these models using their theoretical and applied knowledge of mathematics and mathematical thinking skills.	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>4</u>



PC-4 Disiplinlerarası bir yaklaşımla, farklı alanlarda edinmiş oldukları bilgileri sentezleyebileceklerdir. / Synthesise knowledge acquired from different disciplines through an interdisciplinary approach.	<u>5</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>3</u>
PC-5 Matematik alanında edindikleri bilgi birikimlerini ve matematiksel düşünme becerilerini, teorik matematik, yazılım, finans ve yönetim matematiği, biyomatematik, veri bilimi ve finansal istatistik yöntemleri gibi disiplin-içi ve disiplinlerarası uzmanlık alanlarında geliştirebileceklerdir. / Advance their acquired knowledge in mathematics and mathematical thinking skills in both disciplinary and interdisciplinary areas of specialisation such as pure mathematics, software, financial and managerial mathematics, biomathematics, data science, and financial statistical methods.	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>
PC-6 Matematik alanında yaygın olarak kullanılan en az bir programlama dili ile bilgisayar ve yapay zekâ teknolojilerini, problemleri çözmek, veri analizi yapmak ve simülasyonlar gerçekleştirmek için kullanabileceklerdir. / Use at least one programming language and computer and artificial intelligence technologies widely employed in mathematics for problem-solving, data analysis, and simulations.	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>5</u>
PC-7 Matematik ve ilgili alanlardaki bilimsel ve teknolojik gelişmeleri izleyebilecek, kariyer fırsatlarını değerlendirerek kişisel ve mesleki gelişim hedeflerini belirleyebilecek ve bu hedeflere ulaşmak için hayat boyu öğrenme stratejilerini kullanabileceklerdir. / Follow scientific and technological developments in mathematics and related fields, assess career opportunities, identify personal and professional development goals, and adopt lifelong learning strategies to achieve these goals.	=	=	=	=	=	=	=	=
PC-8 Bilimsel	=	=	=	=	=	=	=	=



araştırmalarını ve mesleki faaliyetlerini yürütürken doğabilecek hukuksal sonuçları ve toplumsal etkileri dikkate alarak mesleki etik ilkeler, kalite standartları ile evrensel değerler doğrultusunda ve sosyal sorumluluk bilinci ve adalet duygusuyla hareket edebileceklerdir. / Act with a sense of social responsibility and justice and in accordance with professional ethical principles, quality standards, and universal values by taking into account potential legal and societal consequences of their scientific research and professional activities.								
PC-9 Bireysel olarak ya da takımlarda etkin biçimde çalışabileceklerdir. / Work effectively both independently and as part of a team.	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>
PC-10 Matematik alanında güvenilir bilgi kaynaklarına ulaşarak literatür taraması yapabilecek ve akademik araştırma tasarlayıp yürütebileceklerdir. / Access reliable sources of information, conduct literature reviews, and design and carry out academic research in the field of mathematics.	=	=	=	=	=	=	=	=
PC-11 Matematiksel konuları, teorileri, ispatları, araştırmaları ve problem çözümlerini, matematik terminolojisi kullanarak tüm paydaşlara Türkçe ve İngilizcede sözlü ve yazılı olarak etkili biçimde aktarabileceklerdir. / Effectively communicate mathematical topics, theories, proofs, research, and problem solutions to all relevant stakeholders using appropriate mathematical terminology, both orally and in writing, in Turkish and in English.	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>