



DERS BİLGİ FORMU

FAKÜLTE / ENSTİTÜ ADI	Fen Edebiyat Fakültesi
BÖLÜM / PROGRAM / ANABİLİM DALI ADI	Matematik
DERSİN ADI	Reel Analize Giriş
DERSİN KODU	MAT3182
YEREL KREDİSİ	4
AKTS KREDİSİ	7
HAFTALIK DERS SAATİ	4
HAFTALIK UYGULAMA SAATİ	0
HAFTALIK LABORATUVAR SAATİ	0
ÖNKOŞULLAR	Yok
YARIYIL	Güz
DERSİN DİLİ	İngilizce, Türkçe
DERSİN SEVİYESİ	Lisans
DERSİN TÜRÜ	Zorunlu @Matematik Lisans Programı
DERSİN KATEGORİSİ	Temel Meslek Dersleri
DERSİN VERİLİŞ ŞEKLİ	Yüz Yüze
DERSİ SUNAN AKADEMİK BİRİM	Matematik Bölümü
DERSİN KOORDİNATÖRÜ	Ömer GÖK
ASİSTAN(LAR)	
DERSİN AMACI	Bu dersin amacı, öğrencilerin reel sayıların özelliklerini derinlemesine öğrenmesini, limit, limsup, liminf, yığılma noktaları, reel sayıların tamlığı, dış ölçüm ve iç ölçüm, ölçülebilir fonksiyonlar, Lebesgue integrali kavramlarını derinlemesine kavramalarına ve uygulamalarına yardımcı olmaktır.
DERSİN İÇERİĞİ	Reel sayı sistemi; sayılabilirlik, reel sayılar için aksiyomlar (cisim, tamlık, sıra, Archimed aksiyomları); genişletilmiş reel sayılar; reel sayıların topolojisi: açık ve kapalı kümeler; G_δ ve F_σ kümeleri, reel sayı dizileri; sürekli fonksiyonlar; düzgün süreklilik ve düzgün yakınsaklık; ölçümlere giriş: bir kümenin alt kümelerinin σ -cebiri; reel sayıların Borel kümeleri; Lebesgue dış ölçüsü; ölçülebilir kümelerin σ -cebiri; Borel kümesinin ölçümü; ölçülemeyen kümeler; Lebesgue ölçümü; iç ölçüm ve özellikleri; ölçülebilir fonksiyonlar; temel tanım ve teoremler; ölçümde yakınsama; temel tanımlar ve özellikler; Lebesgue integrali; Riemann integrali; Lebesgue integrali; Fatou Lemması; genel Lebesgue integrali; Lebesgue yakınsaklık teoremi; Sınırlı Yakınsaklık Teoremi; Lebesgue anlamında integrallenebilirlik; parametreye bağımlılık; fonksiyon uzayları; ölçümlerin genişlemesi; temel kavramlar ve teoremler; ölçümlerin çarpımı.
DERS KİTABI / MALZEMESİ / ÖNERİLEN KAYNAKLAR	Ders Kitabı: Gök, Ömer. <i>Reel Analiz</i> . YTÜ basım-yayın merkezi, 4. baskı, 2021. Zorunlu Kaynaklar: [1] Thomas, George. B., Weir, Maurice D., Hass, Joel. <i>Thomas Calculus I,II</i> . (Çeviri Editörü: Mustafa Bayram). 12. baskıdan çeviri, Pearson Yayıncılık, 2011. [2] Apostol, T.M. <i>Mathematical Analysis</i> . 2. baskı, Addison-Wesley Publishing Company, 1973.



[3] Royden, H. L. and Fitzpatrick, Patrick. M. *Real Analysis*. 4. baskı, Pearson Education, Inc., 2010.

Önerilen Kaynaklar:

Kolmogorov, A. N. and Fomin, S. V. *Introductory Real Analysis*. Prentice Hill, Inc., 1970.

Ders Öğrenim Çıktıları

Bu dersi başarıyla tamamlayan öğrenciler,

1. Reel sayıların özelliklerini analiz edebileceklerdir.
2. Reel sayıların topolojisi, reel sayı dizilerinin limitleri, $\lim \sup$ ve $\lim \inf$ kavramları, yığılma noktaları, reel sayıların tamlığını yorumlayabileceklerdir.
3. Düzgün süreklilik ve düzgün yakınsaklığı ayırt edebileceklerdir.
4. Dış ve iç ölçümleri, ölçülebilir ve ölçülemeyen kümeleri ifade edebileceklerdir.
5. Ölçülebilir küme ve ölçülebilir fonksiyonları analiz edebileceklerdir.
6. Riemann ve Lebesgue integralleri arasındaki farkları açıklayabileceklerdir.
7. Ölçümde yakınsamanın nasıl gerçekleştiğini, ölçümün neden genişletilmesi gerektiğini ve ölçüm çarpımının ne olduğunu ifade edebileceklerdir.

DEĞERLENDİRME SİSTEMİ

Etkinlikler	Sayı	Katkı Payı
Devam/Katılım		
Laboratuvar		
Uygulama		
Arazi Çalışması		
Derse Özgü Staj		
Kısa Sınavlar/Stüdyo Kritiği (Zorunlu): • İçerik: Sınav haftasına kadar işlenen konuların tümünü kapsayan kapsamlı soruların sorulması • Format: Yüz yüze. Çoktan seçmeli kısa sınav (5-10 dakika) • Detaylı Değerlendirme Kriterleri: -Derste işlenen teorik konular ile ilgili problemleri çözebilme	4	%20
Ödev		
Sunum/Jüri		
Proje		
Seminer/Workshop		
Ara Sınavlar: • İçerik: Sınav haftasına kadar işlenen konuların tümünü kapsayan kapsamlı sorular • Format: Yüz yüze. Sınav (90 dakika) • Detaylı Değerlendirme Kriterleri: -Dersin temel kavramlarının anlaşılmasının gösterilmesi -Teorik konularla ilgili problemlerin çözülebilmesi -Teorik düşünme süreçlerinin yürütülmesi	1	%40



Final: İçerik: Dersin tüm içeriğini kapsayan kapsamlı sorular Format: Yüz yüze. Sınav (90 dakika) Detaylı Değerlendirme Kriterleri: -Derste işlenen tüm konuların derinlemesine kavranmış olduğunun gösterilmesi -İleri düzey problem çözme becerilerinin kullanılabilmesi		1	%40
Dönem İçi Çalışmaların Başarı Notuna Katkısı			%60
Final Sınavının Başarı Notuna Katkısı			%40
TOPLAM			%100
HAFTALIK KONULAR VE İLGİLİ ÖN HAZIRLIK ÇALIŞMALARI			
HAFTALAR	KONULAR	Ön Hazırlık	
1	Konu Anlatımı: Reel sayı sistemi: Sayılabilirlik, reel sayılar için aksiyomlar (cisim, tamlık, sıra, Archimed aksiyomları); genişletilmiş reel sayılar Sınıf-İçi Uygulama (15 dk.): Cisim ile ilgili basit örnekleme yapılması Sınıf-İçi Tartışma(15dk.): Sıralama kavramına ilişkin tartışmanın yapılması	1. Kümeler ve kümeler üzerinde cebirsel işlemler, bağıntı ve fonksiyonlar konularına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 1-10. 2. Sayılabilirlik, Reel sayılar için aksiyomlar (cisim, tamlık, sıra, Archimed aksiyomları), genişletilmiş reel sayılar konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 11-16.	
2	Konu Anlatımı: Reel sayıların topolojisi: Açık ve kapalı kümeler; G_δ ve F_σ kümeleri, reel sayı dizileri Sınıf-İçi Uygulama (15 dk.): Açık ve kapalı kümeler ile ilgili basit uygulamaların yapılması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Topoloji kavramına ilişkin tartışmanın yapılması	1. Dizi kavramına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi Kaynak: [1], 532-544. 2. Açık ve kapalı kümeler; G_δ ve F_σ kümeleri, reel sayı dizileri konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 17-31.	
3	Konu Anlatımı: Sürekli fonksiyonlar: düzgün süreklilik ve düzgün yakınsaklık Sınıf-İçi Uygulama (10 dk): Noktasal süreklilik ile düzgün süreklilik farkının gösterilmesi ile ilgili basit uygulamaların yapılması Sınıf-İçi Tartışma (10 dk.): Düzgün süreklilik ve düzgün yakınsaklık kavramlarının sırasıyla süreklilik ve yakınsaklık kavramlarıyla farklarının tartışılması Kısa Sınav 1 (20 dk.): Ders sonunda, 1. ve 2. hafta konularını içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Süreklilik, noktasal yakınsaklık, fonksiyon dizileri konularına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [2], 218-221. 2. Sürekli Fonksiyonlar: Düzgün süreklilik ve Düzgün yakınsaklık konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 32-34. 3. Kısa Sınav 1: (Reel sayı sistemi ve açık ve kapalı kümeler; G_δ ve F_σ kümeleri, reel sayı dizileri kavramları) Kaynak: Ders Kitabı, 1-31.	
4	Konu Anlatımı: Ölçümlere giriş: Bir kümenin alt kümelerinin σ -cebiri; reel sayıların Borel kümeleri Sınıf-İçi Uygulama (15 dk): Açık kümelerden başlayarak Borel kümesi oluşturmaya ilişkin uygulamaların yapılması Sınıf-İçi Tartışma (15 dk.): “Her açık küme Borel midir?”, “Her Borel küme açık mıdır?” gibi sorularının tartışılması	1. Kümelerin birleşim, kesişim, fark, tümleyeni alma, açık-kapalı kümeler konularına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [3], 1-3 2. Bir kümenin alt kümelerinin σ -cebiri; reel sayıların Borel kümeleri konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 45-49.	
5	Konu Anlatımı: Lebesgue dış ölçüsü; Ölçülebilir kümelerin σ -cebiri Sınıf-İçi Uygulama (10 dk.): Bir aralığın ölçüsünün bulunmasına	1. σ -cebiri, Borel kümeleri, açık ve kapalı kümelerin ölçülebilirliği konularına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 45-	



	ilişkin uygulama yapılması Sınıf-içi Tartışma (10 dk.): Ölçülebilir kümeler neden σ-cebiri oluşturur konusunun tartışılması Kısa Sınav 2 (20dk.): Ders sonunda, 1. haftadan itibaren 4. haftanın sonuna kadar olan konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	49 2. Lebesgue dış ölçüsü; Lebesgue ölçülebilir kümelerin σ-cebiri konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 49-65. 3. Kısa Sınav 2: (Reel sayı sistemi ve açık ve kapalı kümeler; G_{delta} ve F_{sigma} kümeleri, reel sayı dizileri kavramları, sürekli fonksiyonlar: düzgün süreklilik ve düzgün yakınsaklık, ölçümlere giriş: Bir kümenin alt kümelerinin σ-cebiri; reel sayıların Borel kümeleri) Kaynak: Ders Kitabı, 1-65.
6	Konu Anlatımı: Borel kümesinin ölçümü; ölçülemeyen kümeler; Lebesgue ölçümü Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Basit Borel kümeleri (örneğin açık aralıklar, sonlu birleşimler) için ölçü hesaplamalarına ilişkin uygulamalar yapılması Sınıf-içi Tartışma (15 dk.): Neden her kümenin ölçülemeyeceğinin tartışılması	1. Ölçülebilir kümeler ve σ-cebiri tanımı konularına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 45-65 2. Borel kümesinin ölçümü; Ölçülemeyen kümeler; Lebesgue ölçümü konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 65-69.
7	Konu Anlatımı: İç ölçüm ve özellikleri Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Basit bir küme için dış ve iç ölçümün hesaplanması, karşılaştırılmasına ilişkin uygulama yapılması Sınıf-içi Tartışma (15 dk.): Neden hem iç hem dış ölçümün tanımlandığının tartışılması	1. Lebesgue dış ölçümü, ölçülebilir kümeler konularına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 45-69. 2. İç ölçüm ve özelliklerini içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 70-76.
8	Ara Sınav 1	Sınav haftasına kadar işlenen konuların tümünün tekrar edilmesi
9	Konu Anlatımı: Ölçülebilir fonksiyonlar: Temel tanım ve teoremler Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Çeşitli fonksiyonların ölçülebilirliğinin incelenmesine ait uygulamaların yapılması Sınıf-içi Tartışma (15 dk.): Fonksiyonun "sürekliliği" ile "ölçülebilirliği" arasında nasıl bir ilişki olduğunun tartışılması	1. Fonksiyon kavramı, fonksiyonlarda cebirsel işlemler konularına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [1], 1-11 2. Ölçülebilir fonksiyonlar: temel tanım ve teoremler konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 77-84.
10	Konu Anlatımı: Ölçümde yakınsama: Temel tanımlar ve özellikler Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Verilen fonksiyon dizilerinin yakınsama türlerinin belirlenmesine ilişkin uygulamaların yapılması Sınıf-içi Tartışma (15 dk.): Noktada yakınsama ile ölçümde yakınsama arasındaki farkın tartışılması	1. Ölçülebilir fonksiyonlar konusuna ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 77-84. 2. Ölçümde yakınsama: Temel tanımlar ve özellikler konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 86-92.
11	Konu Anlatımı: Lebesgue integrali: Riemann integrali; Lebesgue integrali; Fatou Lemması Sınıf-içi Uygulama (10 dk.): Verilen bir fonksiyonun hem Riemann hem de Lebesgue integrallerinin hesaplanmasına ilişkin uygulamaların yapılması Sınıf-içi Tartışma (10 dk.): Lebesgue integrali mi, Riemann integrali mi daha güçlüdür konusunun tartışılması Kısa Sınav 3 (20dk.): Ders sonunda, 9. hafta ve 10. haftanın konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Riemann integrali tanımı (alt ve üst toplamalar, integrallenebilirlik koşulu) konularına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [1], 246-261. 2. Lebesgue integrali: Riemann integrali; Lebesgue integrali; Fatou Lemması konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 94-108. 3. Kısa Sınav 3: (ölçülebilir fonksiyonlar: temel tanım ve teoremler, ölçümde yakınsama: temel tanımlar ve özellikler) Kaynak: Ders Kitabı, 77-92.
12	Konu Anlatımı: Genel Lebesgue integrali: Lebesgue yakınsaklık teoremi; Sınırlı Yakınsaklık Teoremi; Lebesgue anlamında integrallenebilirlik Sınıf-içi Uygulama:(15 dk.) Verilen fonksiyon dizilerine	1. Noktasal yakınsaklık ve integralde yakınsaklık türleri konusuna ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynaklar: [1], 46-63; 478-486. 2. Genel Lebesgue integrali: Lebesgue



	yakınsaklık teoremlerinin uygulanıp uygulanmadığına ilişkin örneklerin ele alınması Sınıf-İçi Tartışma: (15 dk.) Teoremlerin hipotezlerinin neden zorlu olduğunun tartışılması	yakınsaklık teoremi; sınırlı yakınsaklık teoremi; Lebesgue anlamında integrallenebilirlik konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 109-112.
13	Konu Anlatımı: Parametreye bağımlılık, fonksiyon uzayları Sınıf-İçi Uygulama: (10 dk) Parametreye bağlı fonksiyonların integrallenebilirliğine ilişkin uygulamaların yapılması Sınıf-İçi Tartışma: (10 dk.) Fonksiyonlar üzerindeki işlemlerin parametreye değişen fonksiyonlar için de her zaman geçerli olup olmadığının tartışılması Kısa Sınav 4 (20 dk.) Ders sonunda 9. haftadan itibaren 12. haftanın sonuna kadar olan konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Fonksiyonların tanım kümeleri ve norm konularına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynaklar: [1], 1-11. [3], 181-185. 2. Parametreye bağımlılık; fonksiyon uzayları konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 113-128. 3. Kısa Sınav 4: (ölçülebilir fonksiyonlar: Temel tanım ve teoremler, ölçümde yakınsama: temel tanımlar ve özellikler, Lebesgue integrali: Riemann integrali; Lebesgue integrali; Fatou Lemması, Genel Lebesgue integrali: Lebesgue yakınsaklık teoremi; Sınırlı Yakınsaklık Teoremi; Lebesgue anlamında integrallenebilirlik). Kaynak: Ders Kitabı, 77-112.
14	Konu Anlatımı: Ölçümlerin genişlemesi: Temel kavramlar ve teoremler Sınıf-İçi Uygulama: (15 dk) Ayırıştırma ve genişleme teoremlerine ait uygulamaların yapılması Sınıf-İçi Tartışma: (15 dk.) “Ölçüyü genişletmek neden gereklidir?” sorusunun tartışılması	1. Sigma cebiri, sayılabilirlik ve ölçülebilirlik konularına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynaklar: Ders Kitabı, 11-16; 45-65. 2. Ölçümlerin Genişlemesi: Temel kavramlar ve teoremler konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 131-135.
15	Konu Anlatımı: Ölçümlerin çarpımı Sınıf-İçi Uygulama (15 dk.): Verilen bir fonksiyona Fubini veya Tonelli teoremlerinin uygulanabilirliğine ilişkin uygulama yapılması Sınıf-İçi Tartışma (15 dk.): Çift katlı integralde neden ölçüm teorisini genişletmemiz gerektiğinin tartışılması	1. Ölçülebilir fonksiyonlar konusuna ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 77-84. 2. Ölçümlerin çarpımı konusunu içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 136-138.
16	Final	İşlenen konuların tümünün tekrar edilmesi

AKTS İŞYÜKÜ TABLOSU

Etkinlikler	Sayı	Süresi (Saat)	Toplam İşyükü
Ders Saati	14	4	56
Laboratuvar			
Uygulama (sözlü Sınav)			
Arazi Çalışması			
Sınıf Dışı Ders Çalışması	14	5	70
Derse Özgü Staj			
Ödev			
Küçük Sınavlar/Stüdyo Kritiği	4	4	16
Projeler			
Sunum / Seminer			
Ara Sınavlar (Sınav Süresi + Sınav Hazırlık Süresi)	1	25	25
Final (Sınav Süresi + Sınav Hazırlık Süresi)	1	30	30



Toplam İş yükü:	197
Toplam İş yükü / 30(s):	6.56
AKTS Kredisi:	7



COURSE INFORMATION FORM

FACULTY / GRADUATE SCHOOL	Faculty of Arts and Sciences
DEPARTMENT / PROGRAMME	Mathematics
TITLE OF COURSE	Introduction to Real Analysis
CODE	MAT3182
LOCAL CREDIT	4
ECTS	7
LECTURE HOUR / WEEK	4
PRACTICAL HOUR / WEEK	0
LABORATORY HOUR / WEEK	0
PREREQUISITE	None
SEMESTER	Fall
COURSE LANGUAGE	English, Turkish
LEVEL OF COURSE	First Cycle
COURSE TYPE	Required @ Bachelor Programme in Mathematics
COURSE CATEGORY	Core Courses
MODE OF DELIVERY	Face-to-Face
OWNER ACADEMIC UNIT	Department of Mathematics
COURSE COORDINATOR	Ömer GÖK
ASSISTANT(S)	
COURSE OBJECTIVES	This course aims to help students gain a deep understanding of the properties of real numbers, as well as to comprehend and apply concepts such as limits, limsup, liminf, accumulation points, completeness of real numbers, outer and inner measures, measurable functions, and the Lebesgue integral.
COURSE CONTENT	Real number system: countability, axioms for real numbers (field, completeness, order, Archimedean axioms); extended real numbers; topology of real numbers; open and closed sets; G_δ and F_σ sets; sequences of real numbers; continuous functions; uniform continuity and uniform convergence; introduction to measures: Sigma-algebra of subsets of a set; Borel sets of real numbers; Lebesgue outer measure; sigma-algebra of measurable sets; measurement of Borel sets; non-measurable sets; Lebesgue measure; inner measure and its properties; measurable functions; basic definitions and theorems; convergence in measure; basic definitions and properties; Lebesgue integral; Riemann integral; Lebesgue integral; Fatou's Lemma; general Lebesgue integral; Lebesgue convergence theorem; dominated convergence theorem; integrability in the Lebesgue sense; parameter dependence; function spaces; extension of measures; basic concepts and theorems; product measures.
RECOMMENDED OR REQUIRED READINGS	Coursebook: Gök, Ö. <i>Reel Analiz</i> . YTÜ Publishing, 4th ed., 2021. Required Readings: [1] Thomas, George. B., Weir, Maurice D., Hass, Joel. <i>Thomas Calculus I,II</i> (Çeviri Editörü: Mustafa BAYRAM). Translated from 12th ed., Pearson Publishing, 2011.



[2] Apostol, T.M. *Mathematical Analysis*. 2nd ed., Addison-Wesley Publishing Company, 1973.
 [3] Royden H. L. and Fitzpatrick P. M., *Real Analysis*, 4th ed., Pearson Education, Inc., 2010.

Recommended Readings:
 Kolmogorov, A. N. and Fomin, S. V. *Introductory Real Analysis*. Prentice Hill, Inc., 1970.

Course Learning Outcomes

- Upon successful completion of the course, students will be able to
1. Analyze the properties of real numbers.
 2. Interpret the topology of real numbers, the limits of real sequences, the concepts of lim sup and lim inf, accumulation points, and the completeness of the real numbers.
 3. Distinguish uniform continuity and uniform convergence.
 4. Express outer and inner measures as well as measurable and non-measurable sets.
 5. Analyze measurable sets and measurable functions.
 6. Explain the differences between Riemann and Lebesgue integrals.
 7. Express how convergence in measure occurs, why the concept of measure should be extended, and what the product measure is.

EVALUATION SYSTEM

Activities	Number	Percentage of Grade
Attendance/Participation		
Laboratory		
Application		
Field Work		
Special Course Internship (Work Placement)		
Quizzes/Studio Critics: • Content: Comprehensive questions covering all topics addressed up to the exam week • Format: Face-to-face multiple-choice quiz (5-10 minutes) • Detailed Assessment Criteria: -Ability to solve problems related to the theoretical topics covered in the course	4	%20
Homework Assignments		
Presentations/Jury		
Project		
Seminar/Workshop		
Midterms: • Content: Comprehensive questions covering all topics addressed up to the exam week • Format: Face-to-face written exam. (90 minutes).	1	%40



Detailed Assessment Criteria: -Demonstration of understanding of the fundamental concepts of the course -Ability to solve problems related to theoretical topics -Ability to carry out theoretical reasoning processes		
Final: Content: Comprehensive questions covering the entire content of the course Format: Face-to-face written exam. (90 minutes). Detailed Assessment Criteria: -Ability to apply advanced problem-solving skills -Demonstration of a thorough understanding of all topics covered in the course	1	%40
Percentage of In-Term Studies		%60
Percentage of Final Examination		%40
TOTAL		%100

WEEKLY SUBJECTS AND RELATED PREPARATION STUDIES

WEEKS	COURSE OUTLINE	Related Preparation
1	Lecture: Real number system: Countability, axioms for real numbers (field, completeness, order, Archimedean axioms); extended real numbers Practice (15 minutes): Simple examples related to the field In-Class Discussion (15 minutes): Discussion on the concept of ordering	- Recollection and activation of prior knowledge on sets, algebraic operations on sets, relations, and functions. Source: Coursebook, 1–10. - Reading sections on countability, axioms for real numbers, extended real numbers. Source: Coursebook, 11–16.
2	Lecture: Topology of real numbers: Open and closed sets; G_δ and F_σ sets; sequences of real numbers Practice (15 minutes): Exercises on open and closed sets In-Class Discussion (15 minutes): Discussion on the concept of topology	- Recollection and activation of prior knowledge on sequences. Source: [1], 532–544. - Reading sections on open and closed sets; G_δ and F_σ sets; sequences of real numbers. Source: Coursebook, 17–31.
3	Lecture: Continuous functions: Uniform continuity and uniform convergence Practice (10 minutes): Exercises on the difference between pointwise and uniform continuity In-Class Discussion (10 minutes): Discussion on differences between continuity/uniform continuity and convergence/uniform convergence Quiz 1 (20 minutes): Covers topics from weeks 1–2	- Recollection and activation of prior knowledge on continuity, pointwise convergence, and function sequences. Source: [2], 218–221 - Reading sections on continuous functions: uniform continuity and uniform convergence. Source: Coursebook, 32–34. Quiz 1: (real number system; open and closed sets; G_δ and F_σ sets; sequences of real numbers). Source: Coursebook, 1–31.
4	Lecture: Introduction to measures: Sigma-algebra of subsets of a set; Borel sets of real numbers Practice (15 minutes): Exercises on forming Borel sets starting from open sets In-Class Discussion (15 minutes): Discussion on the	- Recollection and activation of knowledge on union, intersection, difference, complement, open/closed sets. Source: [3], 1–3. - Reading sections on sigma-algebra of subsets; Borel sets of real numbers. Source: Coursebook, 45–49.



	questions “Are all open sets Borel?”, “Are all Borel sets open?”	
5	Lecture: Lebesgue outer measure; sigma-algebra of measurable sets Practice (10 minutes): Calculate measure of an interval In-Class Discussion (10 minutes): Discussion the question “Why measurable sets form a sigma-algebra?” Quiz 2 (20 minutes): Covers weeks 1–4	1. Recollection and activation of knowledge on sigma-algebra, Borel sets, measurability. Source: Coursebook, 45–49. 2. Reading sections on Lebesgue outer measure and sigma-algebra of measurable sets. Source: Coursebook, 49–65. 3. Quiz 2: (real number system; open and closed sets; G_δ and F_σ sets; sequences of real numbers, Continuous Functions: Uniform continuity and uniform convergence, Introduction to measures: Sigma-algebra of subsets of a set; Borel sets of real numbers). Source: Coursebook, 1-65.
6	Lecture: Measurement of Borel sets; non-measurable sets; Lebesgue measure Practice (15 minutes): Simple calculations for Borel sets In-Class Discussion (15 minutes): Discussion on why not every set is measurable	1. Recollection and activation of knowledge on measurable sets and sigma-algebra. Source: Coursebook, 45–65. 2. Reading sections on Borel set measurement; non-measurable sets; Lebesgue measure. Source: Coursebook, 65–69.
7	Lecture: Inner measure and its properties Practice (15 minutes): Calculate and compare inner and outer measures for a set In-Class Discussion (15 minutes): Discussion on “Why both inner and outer measures are defined?”	1. Recollection and activation of knowledge on Lebesgue outer measure and measurable sets. Source: Coursebook, 45–69. 2. Reading sections on inner measure and its properties. Source: Coursebook, 70–76.
8	Midterm 1	Review of all topics covered up to the exam week.
9	Lecture: Measurable functions: Basic definitions and theorems Practice (15 minutes): Exercises on checking measurability of various functions In-Class Discussion (15 minutes): Discussion on relation between continuity and measurability	1. Recollection and activation of knowledge on functions and algebraic operations on functions. Source: [1], 1-11. 2. Reading sections on measurable functions: basic definitions and theorems. Source: Coursebook, 77–84.
10	Lecture: Convergence in measure: basic definitions and properties Practice: (15 minutes) Determine types of convergence of given sequences of functions In-Class Discussion: (15 minutes) Discussion on the difference between pointwise convergence and convergence in measure	1. Recollection and activation of knowledge on measurable functions. Source: Coursebook, 77–84. 2. Reading sections on convergence in measure: basic definitions and properties. Source: Coursebook, 86–92.
11	Lecture: Lebesgue integral: Riemann integral; Lebesgue integral; Fatou's Lemma Practice (10 minutes): Calculate both Riemann and Lebesgue integrals of a given function In-Class Discussion (10 minutes): Discuss whether Lebesgue or Riemann integral is stronger Quiz 3 (20 minutes.): Covers weeks 9–10	1. Recollection and activation of Riemann integral definitions. Source: [1], 246-261. 2. Reading sections on Lebesgue integral and Fatou's Lemma. Source: Coursebook, 94–108. 3. Quiz 3: (Measurable functions: Basic definitions and theorems, convergence in measure: Basic definitions and properties). Source: Coursebook, 77–92.
12	Lecture: General Lebesgue integral: Lebesgue convergence theorem; dominated convergence theorem; integrability in the Lebesgue sense Practice (15 minutes): Apply convergence theorems to given function sequences In-Class Discussion (15 minutes): Discuss why the	1. Recollection and activation of knowledge on pointwise convergence and types of integral convergence. Sources: [1], 46-63; 478-486. 2. Reading sections on general Lebesgue integral and convergence theorems. Source: Coursebook, 109–112.



	hypotheses of the theorems are necessary	
13	Lecture: Parameter dependence; function spaces Practice (10 minutes): Exercises on integrability of parameter-dependent functions In-Class Discussion (10 minutes): Discuss whether operations on functions remain valid for parameter-dependent functions Quiz 4 (20 minutes.): Covers weeks 9–12	1. Recollection and activation of knowledge on domains of functions and norms. Sources: [1],1-11. [3], 181-185. 2. Reading sections on parameter dependence and function spaces. Source: Coursebook, 113–128. 3. Quiz 4: (measurable functions: Basic definitions and theorems, convergence in measure: Basic definitions and properties, Lebesgue Integral: Riemann integral; Lebesgue integral; Fatou's lemma, General Lebesgue integral: Lebesgue convergence theorem; dominated convergence theorem; integrability in the Lebesgue sense). Source: Coursebook, 77–112.
14	Lecture: Extension of measures: Basic concepts and theorems Practice (15 minutes): Exercises on extension and decomposition theorems In-Class Discussion (15 minutes): Discuss why extending measures is necessary	1. Recollection and activation of knowledge on sigma-algebra, countability, and measurability. Source: Coursebook, 11–16; 45–65. 2. Reading sections on extension of measures. Source: Coursebook, 131–135.
15	Lecture: Product measures Practice (15 minutes): Exercises on applying Fubini or Tonelli theorems In-Class Discussion (15 minutes): Discuss why measure theory extension is needed in double integrals	1. Recollection and activation of knowledge on measurable functions. Source: Coursebook, 77–84. 2. Reading sections on product measures. Source: Coursebook, 136–138.
16	Final	Review of all topics covered.

ECTS WORKLOAD TABLE

Activities	Number	Duration (Hour)	Total Workload
Course Hours	14	4	56
Laboratory			
Application			
Field Work			
Study Hours Out of Class	14	5	70
Special Course Internship (Work Placement)			
Homework Assignments			
Quizzes/Studio Critics	4	4	16
Project			
Presentations / Seminar			
Mid-Terms (Examination Duration + Examination Prep. Duration)	1	25	25
Final (Examination Duration + Examination Prep. Duration)	1	30	30
Total Workload:			197
Total Workload / 30(h):			6.56
ECTS Credit:			7



Ders Öğrenim Çıktısı & Program Çıktısı Matrisi

	<u>DÖÇ-1</u>	<u>DÖÇ-2</u>	<u>DÖÇ-3</u>	<u>DÖÇ-4</u>	<u>DÖÇ-5</u>	<u>DÖÇ-6</u>	<u>DÖÇ-7</u>
<u>PC-1</u> Geometri, analiz, lineer cebir, soyut matematik, cebir ve diferansiyel denklemler gibi matematiğin temel alanlarındaki tanımları ve teoremleri ifade edebilecek, bunlar arasında ilişki kurabilecek ve teoremlerin uygulamalarını açıklayabileceklerdir. / State the definitions and theorems in fundamental areas of mathematics such as geometry, analysis, linear algebra, abstract mathematics, and differential equations, establish connections between them and explain their applications.	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>
<u>PC-2</u> Matematik alanındaki teorik ve uygulamalı bilgilerini ve matematiksel düşünme becerilerini kullanarak standart ve karmaşık matematiksel problemleri tanımlayabilecek ve analitik ve/veya sayısal yöntemlerle çözebilecek ve matematiksel bir önermenin geçerliliğini farklı ispat yöntemleri ile ispatlayabileceklerdir. / Identify standard and complex mathematical problems, solve these problems with analytical and/or numerical methods and prove the validity of a mathematical proposition through various proof techniques using their theoretical and applied knowledge of mathematics and mathematical thinking skills.	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>
<u>PC-3</u> Matematik alanındaki teorik ve uygulamalı bilgilerini ve matematiksel düşünme becerilerini kullanarak gerçek hayattaki problemlerin matematiksel modellerini geliştirebilecek ve bu modelleri kullanarak problemlere geçerli çözümler üretebileceklerdir. / Develop mathematical models for real-life problems and generate valid solutions based on these models using their theoretical and applied knowledge of mathematics and	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>



mathematical thinking skills.							
PC-4 Disiplinlerarası bir yaklaşımla, farklı alanlarda edinmiş oldukları bilgileri sentezleyebileceklerdir. / Synthesise knowledge acquired from different disciplines through an interdisciplinary approach.	4	4	4	4	4	4	4
PC-5 Matematik alanında edindikleri bilgi birikimlerini ve matematiksel düşünme becerilerini, teorik matematik, yazılım, finans ve yönetim matematiği, biyomatematik, veri bilimi ve finansal istatistik yöntemleri gibi disiplin-içi ve disiplinlerarası uzmanlık alanlarında geliştirebileceklerdir. / Advance their acquired knowledge in mathematics and mathematical thinking skills in both disciplinary and interdisciplinary areas of specialisation such as pure mathematics, software, financial and managerial mathematics, biomathematics, data science, and financial statistical methods.	5	5	5	5	5	5	5
PC-6 Matematik alanında yaygın olarak kullanılan en az bir programlama dili ile bilgisayar ve yapay zekâ teknolojilerini, problemleri çözmek, veri analizi yapmak ve simülasyonlar gerçekleştirmek için kullanabileceklerdir. / Use at least one programming language and computer and artificial intelligence technologies widely employed in mathematics for problem-solving, data analysis, and simulations.	-	-	-	-	-	-	-
PC-7 Matematik ve ilgili alanlardaki bilimsel ve teknolojik gelişmeleri izleyebilecek, kariyer fırsatlarını değerlendirerek kişisel ve mesleki gelişim hedeflerini belirleyebilecek ve bu hedeflere ulaşmak için hayat boyu öğrenme stratejilerini kullanabileceklerdir. / Follow scientific and technological developments in mathematics and related fields, assess career opportunities, identify personal and professional development goals, and adopt lifelong learning strategies to achieve these goals.	-	-	-	-	-	-	-



PC-8 Bilimsel araştırmalarını ve mesleki faaliyetlerini yrtrken doğabilecek hukuksal sonuları ve toplumsal etkileri dikkate alarak mesleki etik ilkeler, kalite standartları ile evrensel değerler doğrultusunda ve sosyal sorumluluk bilinci ve adalet duygusuyla hareket edebileceklerdir. / Act with a sense of social responsibility and justice and in accordance with professional ethical principles, quality standards, and universal values by taking into account potential legal and societal consequences of their scientific research and professional activities.	-	-	-	-	-	-	-
PC-9 Bireysel olarak ya da takımlarda etkin biimde alışabileceklerdir. / Work effectively both independently and as part of a team.	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>
PC-10 Matematik alanında gvenilir bilgi kaynaklarına ulaşarak literatr taraması yapabilecek ve akademik araştırma tasarlayıp yrtebileceklerdir. / Access reliable sources of information, conduct literature reviews, and design and carry out academic research in the field of mathematics.	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>
PC-11 Matematiksel konuları, teorileri, ispatları, araştırmaları ve problem zmlerini, matematik terminolojisi kullanarak tm paydaşlara Trke ve İngilizcede szl ve yazılı olarak etkili biimde aktarabileceklerdir. / Effectively communicate mathematical topics, theories, proofs, research, and problem solutions to all relevant stakeholders using appropriate mathematical terminology, both orally and in writing, in Turkish and in English.	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>