



DERS BİLGİ FORMU

FAKÜLTE / ENSTİTÜ ADI	Fen Edebiyat Fakültesi
BÖLÜM / PROGRAM / ANABİLİM DALI ADI	Matematik
DERSİN ADI	Tensör Cebiri
DERSİN KODU	MAT4380
YEREL KREDİSİ	3
AKTS KREDİSİ	5
HAFTALIK DERS SAATİ	3
HAFTALIK UYGULAMA SAATİ	0
HAFTALIK LABORATUVAR SAATİ	0
ÖNKOŞULLAR	Yok
YARIYIL	Güz, Bahar
DERSİN DİLİ	İngilizce, Türkçe
DERSİN SEVİYESİ	Lisans
DERSİN TÜRÜ	Seçmeli @Matematik Lisans Programı
DERSİN KATEGORİSİ	Temel Meslek Dersleri
DERSİN VERİLİŞ ŞEKLİ	Yüz Yüze
DERSİ SUNAN AKADEMİK BİRİM	Matematik Bölümü
DERSİN KOORDİNATÖRÜ	Salim YÜCE
ASİSTAN(LAR)	
DERSİN AMACI	Bu dersin amacı, öğrencilerin çoklu lineer yapılar ve tensör kavramı etrafında şekillenen temel cebirsel yapıları kavramalarını sağlamaktır. Vektör uzayları, lineer dönüşümler ve tensörlerle ilişkili cebirsel işlemler aracılığıyla, ileri matematiksel düşünme becerilerinin geliştirilmesi hedeflenmektedir. Bu sayede öğrencilerin, ileri düzey lineer cebir ve diferansiyel geometri gibi alanlarda kullanılabilecek tensörel yapılar hakkında kuramsal ve uygulamalı bilgiye sahip olmaları hedeflenmektedir.
DERSİN İÇERİĞİ	Vektör uzayları, lineer dönüşümler, dual vektör uzayı ve dual dönüşüm; tensörler ve çok lineer formlar, iki çok lineer fonksiyonun tensörel çarpımı, vektör uzaylarının tensörel çarpımı; tensör çeşitleri; kontraksiyon operatörü (daraltma fonksiyonu); iki tensör uzayının tensörel çarpımı, tensör cebiri; simetrik tensörler ve simetroleyen operatör; simetrik çarpım ve simetrik cebir; alterne tensör ve alterneleyen operatör; dış çarpım; dış cebir; dış çarpım uzayı ve dış cebirin boyutları, ikinci mertebeden reel dış çarpım uzayı; özel bir dış çarpım örneği (vektörel çarpım).
DERS KİTABI / MALZEMESİ / ÖNERİLEN KAYNAKLAR	Ders Kitabı: Hacısalıhoğlu, H. Hilmi, Ekmekçi, Nejat. <i>Tensör Geometri</i> . Ankara Üniversitesi, Fen Fakültesi, Matematik Bölümü, 2003. Zorunlu Kaynaklar: [1] Hacısalıhoğlu, H. Hilmi. <i>Diferansiyel Geometri</i> . Ankara Üniversitesi, Fen Fakültesi, Matematik Bölümü, 2000. [2] Hacısalıhoğlu, H. Hilmi. <i>Lineer Cebir</i> . Ankara Üniversitesi, Fen Fakültesi, Matematik Bölümü, 2000.



[3] Yüce, Salim. *Lineer Cebir*. 8. baskı, Pegem Akademi Yayıncılık, 2025.
[4] Yüce, Salim. *Öklid Uzayında Diferansiyel Geometri*. 10. baskı, Pegem Akademi Yayıncılık, 2024.
Önerilen Kaynaklar:
Dodson, Christopher T. J., Poston, Timothy. *Tensor Geometry*. Springer-verlag 1997.

Ders Öğrenim Çıktıları

Bu dersi başarıyla tamamlayan öğrenciler,

1. Çok lineer dönüşümler ve tensörleri analiz ederek değerlendirmelerde bulunabileceklerdir.
2. Tensör tanımı ve iki çok lineer fonksiyonun tensörel çarpımını ifade ederek uygulayabileceklerdir.
3. İki ve ikiden fazla vektör uzayının tensörel çarpımını ifade ederek tensör çeşitleri, kontraksiyon operatörü (daraltma fonksiyonu) tanımını yapabileceklerdir.
4. Tensör cebiri, simetrik tensörler ve simetrileyen operatör tanımlarını yorumlayarak uygulamalarda kullanabileceklerdir.
5. Simetrik çarpım, simetrik cebir, alterne tensör ve alterneleyen operatör tanımlarını yorumlayarak uygulamalarda kullanabileceklerdir.
6. Dış çarpım, dış cebir, dış çarpım uzayı, dış cebirin boyutları ve özel bir dış çarpım örneği olarak vektörel çarpım kavramlarını ifade ederek ilgili matematiksel hesaplamaları gerçekleştirebileceklerdir.

DEĞERLENDİRME SİSTEMİ

Etkinlikler	Sayı	Katkı Payı
Devam/Katılım		
Laboratuvar		
Uygulama		
Arazi Çalışması		
Derse Özgü Staj		
Kısa Sınavlar/Stüdyo Kritiği (Zorunlu): • İçerik: Sınav haftasına kadar işlenen konuların tümünü kapsayan kapsamlı soruların sorulması • Format: Yüz yüze. Çoktan seçmeli kısa sınav (15-20 dakika) • Detaylı Değerlendirme Kriterleri: -Derste işlenen teorik konular ile ilgili problemleri çözebilme	4	%20
Ödev		
Sunum/Jüri		
Proje		
Seminer/Workshop		



Ara Sınavlar: İçerik: Sınav haftasına kadar işlenen konuların tümünü kapsayan kapsamlı sorular Format: Yüz yüze. Sınav (90 dakika) Detaylı Değerlendirme Kriterleri: -Dersin temel kavramlarının anlaşıldığının gösterilmesi -Teorik konularla ilgili problemlerin çözülebilmesi -Teorik düşünme süreçlerinin yürütülmesi	1	%40
Final: İçerik: Dersin tüm içeriğini kapsayan kapsamlı sorular Format: Yüz yüze. Sınav (90 dakika) Detaylı Değerlendirme Kriterleri: -Derste işlenen tüm konuların derinlemesine kavranmış olduğunun gösterilmesi -İleri düzey problem çözme becerilerinin kullanılabilmesi	1	%40
Dönem İçi Çalışmaların Başarı Notuna Katkısı		%60
Final Sınavının Başarı Notuna Katkısı		%40
TOPLAM		%100

HAFTALIK KONULAR VE İLGİLİ ÖN HAZIRLIK ÇALIŞMALARI

HAFTALAR	KONULAR	Ön Hazırlık
1	Konu Anlatımı: Vektör uzayları, lineer dönüşümler, dual vektör uzayı ve dual dönüşüm Sınıf-içi Uygulama (5 dk.): Vektör uzayı ve lineer dönüşümlere ilişkin basit örnekleme yaptırılması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Lineer dönüşüm kavramının Matematik içinde ve diğer disiplinlerde kullanım alanıyla ilgili tartışmanın yapılması	1. Grup, halka ve cisim kavramlarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması. Kaynak: [3], 2-10. 2. Vektör uzayları, lineer dönüşümler, dual vektör uzayı ve dual dönüşüm konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 1-12.
2	Konu Anlatımı: Tensörler ve çok lineer formlar, iki çok lineer fonksiyonun tensörel çarpımı, vektör uzaylarının tensörel çarpımı Sınıf-içi Uygulama (5 dk.): Tensörel çarpımın hesaplanması üzerine uygulamalar yaptırılması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): "Çok lineerlik, lineerlikten ne kadar farklıdır?" ile "Tensörel çarpım, çarpmanın ne tür bir genellemesidir?" konuları üzerine tartışma yapılması	1. Çok lineer fonksiyon (iç çarpım, determinant, vb.) kavramına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması. Kaynak: [3], 215-222; 226-235. 2. Tensörler ve çok lineer formlar, İki Çok Lineer Fonksiyonun Tensörel çarpımı, Vektör uzaylarının tensörel çarpımı konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 13-18.
3	Konu Anlatımı: Tensör çeşitleri: kovaryant tensörler, kovaryant tensörlerin bileşenleri Sınıf-içi Uygulama (5 dk.): Kovaryant tensörleri belirleme üzerine uygulamalar yaptırılması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Reel vektör uzayı üzerinde tanımlanan iç çarpım fonksiyonunun ne tür bir tensör olduğu üzerine tartışma yapılması Kısa Sınav 1 (15-20 dk.): Ders sonunda, 1-3. haftalarda derste işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Matris transpozu ve tersinin nasıl çalıştığına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması. Kaynak: [3], 107-110. 2. Tensör çeşitleri: kovaryant tensörler, kovaryant tensörlerin bileşenleri konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 18-20. 3. Kısa Sınav 1: (vektör uzayları, lineer dönüşümler, dual vektör uzayı ve dual dönüşüm, tensörler ve çok lineer formlar, iki çok lineer fonksiyonun tensörel çarpımı, vektör uzaylarının tensörel çarpımı, tensör çeşitleri) Kaynak: Ders Kitabı, 1-20.
4	Konu Anlatımı: Tensör çeşitleri: kontravaryant tensörler, kontravaryant tensörlerin bileşenleri Sınıf-içi Uygulama (5 dk.): Kontravaryant tensörleri belirleme	1. Matrislerin tersinin rolüne ilişkin ön bilgilerin hatırlanması. Kaynak: [3], 107-110. 2. Tensör çeşitleri: kontravaryant tensörler,



	üzerine uygulamalar yaptırılması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Dual vektör uzayının elemanları ile kontravaryant tensörlerin ilişkisi üzerine tartışma yapılması	kontravaryant tensörlerin bileşenleri konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 21-23.
5	Konu Anlatımı: Tensör çeşitleri: karışık tensörler Sınıf-içi Uygulama (5 dk.): Tensör tiplerini belirleme üzerine uygulamalar yaptırılması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): "Tensörlerin tipi (r,s) bize ne anlatır?" konusu üzerine tartışma yapılması	1. Baz ve dual baz arasındaki ilişkiye ait ön bilgilerin hatırlanması. Kaynak: [3], 70-84. 2. Tensör çeşitleri: karışık tensörler, konusunu içeren bölümün okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 23-24.
6	Konu Anlatımı: Kontraksiyon operatörü (daraltma fonksiyonu) Sınıf-içi Uygulama (5 dk.): Kontraksiyon üzerine uygulamalar yaptırılması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): "Kontraksiyon işlemi, tensörün hangi özelliklerini korur?" konusu üzerine tartışmanın yapılması Kısa Sınav 2 (15-20 dk.): Ders sonunda, 4-6. haftalarda derste işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Kronecker delta δ_j^i nin anlamına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması. Kaynak: [3], 56-65. 2. Kontraksiyon operatörü (Daraltma fonksiyonu) konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 28-29. 3. Kısa Sınav 2: (tensör çeşitleri ve Kontraksiyon operatörü) Kaynak: Ders Kitabı, 21-24; 28-29.
7	Konu Anlatımı: İki tensör uzayının tensörel çarpımı, tensör cebiri Sınıf-içi Uygulama (5 dk.): Tensör cebirinin örnekler üzerinde uygulanması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): "Tensör cebirinde yer alan tüm elemanlar fiziksel veya geometrik anlam taşır mı?" başlığı üzerine tartışmanın yapılması	1. Direkt toplam ve direkt çarpım kavramına ait ön bilgilerin hatırlanması. Kaynak: [3], 90-95; 552-557. 2. Tensör cebiri konusunu içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 29-31.
8	Ara Sınav 1	Sınav haftasına kadar işlenen konuların tümünün tekrar edilmesi
9	Konu Anlatımı: Simetrik tensörler ve simetrideyen operatör Sınıf-içi Uygulama (5 dk.): Simetrideyen operatör ile ilgili uygulamaların yaptırılması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Matematik ve fizikte hangi kavramlar simetrik tensörlerle ifade edilir? başlığı üzerine tartışmanın yapılması	1. Permütasyon fonksiyonu kavramına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması. Kaynak: [3], 212-215. 2. Simetrik tensörler ve simetrideyen operatör içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 32-36.
10	Konu Anlatımı: Simetrik çarpım ve simetrik cebir Sınıf-içi Uygulama (5 dk.): Simetrik cebir konusunda uygulamasının yaptırılması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): "Simetrik cebir ile tensör cebiri arasındaki fark nedir?" konusu üzerine tartışma yapılması Kısa Sınav 3 (15-20 dk.): Ders sonunda, 9-10. haftalarda derste işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Permütasyon ve indislerin yer değiştirmesi kavramlarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması. Kaynak: [3], 212-215. 2. Simetrik çarpım ve simetrik cebir konusunu içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 37-39. 3. Kısa Sınav 3: (simetrik tensörler ve simetrideyen operatör, simetrik çarpım, simetrik cebir) Kaynak: Ders Kitabı, 32-39.
11	Konu Anlatımı: Alterne tensör ve alterneleyen operatör Sınıf-içi Uygulama (5 dk.): Alterneleyen operatör ile ilgili uygulamaların yaptırılması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): "Alterneleme işlemi neden geometri ve fizik için önemlidir?" başlığı üzerine tartışmanın yapılması	1. Çok lineer fonksiyonlarda simetri/antisimetri kavramlarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması. Kaynak: [3], 215-220. 2. Alterne tensör ve alterneleyen operatör konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 41-46.
12	Konu Anlatımı: Dış çarpım Sınıf-içi Uygulama (5 dk.): Dış çarpımın hesaplanması üzerine uygulama yaptırılması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): "Dış çarpımın geometrik anlamı	1. Determinantın antisimetri özelliğine ilişkin ön bilgilerin hatırlanması. Kaynak: [3], 226-233. 2. Dış çarpım konusunu içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 46-51.



	nedir?" konusu üzerine tartışmasının yapılması	
13	Konu Anlatımı: Dış cebir Sınıf-İçi Uygulama (5 dk.): Dış cebir üzerine uygulama yaptırılması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): "Dış cebir ile tensör cebiri arasındaki ilişki nedir?" konusunun tartışmasının yapılması Kısa Sınav 4 (15-20 dk.): Ters yüz edilmiş öğrenme (flipped learning) yöntemi çerçevesinde, ders başında, öğrenciye verilen ön hazırlık görevinde yer alan konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Permütasyonlar ve işaretlerine ilişkin ön bilgilerin hatırlanması. Kaynak: [3], 212-215. 2. Dış cebir konusunu içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 51-56. 3. Kısa Sınav 4: (dış cebir) Kaynak: Ders Kitabı, 51-56.
14	Konu Anlatımı: Dış çarpım uzayı ve dış cebirin boyutları, ikinci mertebeden reel dış çarpım uzayı Sınıf-İçi Uygulama (5 dk.): Dış çarpım uzayı ve dış cebirin boyutları üzerine uygulama yaptırılması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Reel dış çarpım uzayı ne ifade eder üzerine tartışma yapılması	1. Dış çarpım ile geometrik büyüklük (alan, hacim) arasındaki ilişkiye ait ön bilgilerin hatırlanması. Kaynak: [1], 124-133. 2. Dış çarpım uzayı ve dış cebirin boyutları, ikinci mertebeden reel dış çarpım uzayı konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 57-64.
15	Konu Anlatımı: Özel bir dış çarpım örneği (vektörel çarpım) Sınıf-İçi Uygulama (5 dk.): Dış çarpımdan vektörel çarpıma geçiş ile ilgili uygulama yaptırılması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): "Vektörel çarpım sadece 3-boyutlu uzayda mı tanımlıdır?" ve "Vektörel çarpımın geometrik anlamı neyi ifade eder?" konularının tartışmasının yapılması	1. Skaler çarpım ve determinant kavramlarına ait ön bilgilerin hatırlanması. Kaynak: [3], 226-235; 347-348. 2. Özel bir dış çarpım örneği (vektörel çarpım) konusunu içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 65-67. 3. Matlab, Maple, Mathematica veya Python dillerini kullanarak vektörel çarpımın hesaplanması ve vektörel çarpımın 3B görselleştirilmesini yapan kodların hazırlanması ve örneklendirilmesi.
16	Final	İşlenen konuların tümünün tekrar edilmesi

AKTS İŞYÜKÜ TABLOSU

Etkinlikler	Sayı	Süresi (Saat)	Toplam İşyükü
Ders Saati	14	3	42
Laboratuar			
Uygulama (sözlü Sınav)			
Arazi Çalışması			
Sınıf Dışı Ders Çalışması	14	3	42
Derse Özgü Staj			
Ödev			
Küçük Sınavlar/Stüdyo Kritiği	4	4	16
Projeler			
Sunum / Seminer			
Ara Sınavlar (Sınav Süresi + Sınav Hazırlık Süresi)	1	25	25
Final (Sınav Süresi + Sınav Hazırlık Süresi)	1	35	35
Toplam İş yükü:			160
Toplam İş yükü / 30(s):			5.3
AKTS Kredisi:			5



COURSE INFORMATION FORM

FACULTY / GRADUATE SCHOOL	Faculty of Arts and Sciences
DEPARTMENT / PROGRAMME	Mathematics
TITLE OF COURSE	Tensor Algebra
CODE	MAT4380
LOCAL CREDIT	3
ECTS	5
LECTURE HOUR / WEEK	3
PRACTICAL HOUR / WEEK	0
LABORATORY HOUR / WEEK	0
PREREQUISITE	None
SEMESTER	Fall, Spring
COURSE LANGUAGE	English, Turkish
LEVEL OF COURSE	First Cycle
COURSE TYPE	Elective @ Bachelor Programme in Mathematics
COURSE CATEGORY	Core Courses
MODE OF DELIVERY	Face-to-Face
OWNER ACADEMIC UNIT	Department of Mathematics
COURSE COORDINATOR	Salim YÜCE
ASSISTANT(S)	
COURSE OBJECTIVES	This course aims to help students understand the fundamental algebraic structures centered around multilinear constructions and the concept of tensors. Through vector spaces, linear transformations, and algebraic operations involving tensors, the course aims to develop advanced mathematical reasoning skills. In this way, students will acquire both theoretical and practical knowledge of tensorial structures, which are essential in areas such as advanced linear algebra and differential geometry.
COURSE CONTENT	Vector spaces, linear transformations, dual vector space and dual transformation; tensors and multilinear forms, tensor product of two multilinear functions, tensor product of vector spaces; types of tensors; contraction operator; tensor product of two tensor spaces, tensor algebra; symmetric tensors and symmetrizing operator; symmetric product and symmetric algebra; alternating tensor and alternating operator; exterior product; exterior algebra; exterior product space and dimensions of exterior algebra, second-order real exterior product space; a specific example of exterior product (vector product).
RECOMMENDED OR REQUIRED READINGS	Coursebook: Hacısalıhoğlu, H. Hilmi, Ekmekçi, Nejat. <i>Tensör Geometri</i> . Ankara University, Faculty of Science, Departments of Mathematics, 2003. Required Readings: [1] Hacısalıhoğlu, H. Hilmi. <i>Diferensiyel Geometri</i> . Ankara University, Faculty of Science, Departments of Mathematics, 2000.



- [2] Hacısalihoğlu, H. Hilmi. *Lineer Cebir*. Ankara University, Faculty of Science, Departments of Mathematics, 2000.
- [3] Yüce, Salim. *Lineer Cebir*. 8th ed., Pegem Akademi Publishing, 2025.
- [4] Yüce, Salim. *Öklid Uzayında Diferansiyel Geometri*. 10th ed., Pegem Akademi Publishing, 2024.

Recommended Readings:

Dodson, Christopher T. J., Poston, Timothy. *Tensor Geometry*. Springer -Verlag 1997.

Course Learning Outcomes

Upon successful completion of the course, students will be able to

1. Analyze multilinear transformations and tensors by making evaluations.
2. Apply the definition of a tensor and the tensor product of two multilinear functions by expressing them.
3. Define types of tensors and the contraction operator by expressing the tensor product of two or more vector spaces.
4. Interpret the definitions of tensor algebra, symmetric tensors, and the symmetrizing operator within applications.
5. Interpret the definitions of symmetric product, symmetric algebra, alternating tensor, and the alternating operator within applications.
6. Express the concepts of exterior product, exterior algebra, exterior product space, the dimensions of exterior algebra, and the vector product as a specific example of exterior product through related mathematical computations.

EVALUATION SYSTEM

Activities	Number	Percentage of Grade
Attendance/Participation		
Laboratory		
Application		
Field Work		
Special Course Internship (Work Placement)		
Quizzes/Studio Critics: • Content: Comprehensive questions covering all topics addressed up to the exam week • Format: Face-to-face multiple-choice quiz (5-10 minutes) • Detailed Assessment Criteria: -Ability to solve problems related to the theoretical topics covered in the course	4	%20
Homework Assignments		
Presentations/Jury		
Project		
Seminar/Workshop		
Midterms: • Content: Comprehensive questions covering all topics addressed up to the exam week • Format: Face-to-face written exam. (90 minutes).	1	%40



Detailed Assessment Criteria: -Demonstration of understanding of the fundamental concepts of the course -Ability to solve problems related to theoretical topics -Ability to carry out theoretical reasoning processes		
Final: Content: Comprehensive questions covering the entire content of the course Format: Face-to-face written exam. (90 minutes). Detailed Assessment Criteria: -Ability to apply advanced problem-solving skills -Demonstration of a thorough understanding of all topics covered in the course	1	%40
Percentage of In-Term Studies		%60
Percentage of Final Examination		%40
TOTAL		%100

WEEKLY SUBJECTS AND RELATED PREPARATION STUDIES

WEEKS	COURSE OUTLINE	Related Preparation
1	Lecture: Vector spaces, linear transformations, dual vector space, and dual transformation Quick Practice (5 minutes): Conduct simple examples related to vector spaces and linear transformations In-Class Discussion (5 minutes): Discuss the concept of linear transformation and its applications within mathematics and across other disciplines	1. Recollection prior knowledge on the concepts of groups, rings, and fields. Source: [3], 2-10. 2. Reading sections on the vector spaces, linear transformations, dual vector spaces and dual transformation. Source: Coursebook, 1-12.
2	Lecture: Tensors and multilinear forms, tensor product of two multilinear functions, tensor product of vector spaces Quick Practice (5 minutes): Conduct exercises on calculating tensor products In-Class Discussion (5 minutes): Discuss the topics "How does multilinearity differ from linearity?" and "In what sense is the tensor product a generalization of multiplication?"	1. Recollection prior knowledge of multilinear functions (e.g., inner product, determinant, etc.). Source: [3], 215-222; 226-235. 2. Reading the sections on tensors and multilinear forms, tensor product of two multilinear functions, and tensor product of vector spaces. Source: Coursebook, 13-18.
3	Lecture: Types of tensors: covariant tensors, components of covariant tensors Quick Practice (5 minutes): Conduct exercises on identifying covariant tensors In-Class Discussion (5 minutes): Discuss what type of tensor is represented by the inner product function defined on a real vector space Quiz 1 (15-20 minutes): At the end of the lecture, a short quiz will be given covering the topics covered in the course in weeks 1-3	1. Recollection prior knowledge of matrix transpose and inverse operations. Source: [3], 107-110. 2. Reading sections covering types of tensors: covariant tensors and components of covariant tensors. Source: Coursebook, 18-20. 3. Quiz 1: (concepts related to vector spaces, linear transformations, dual vector space, dual transformation tensors and multilinear forms, tensor product of two multilinear functions, and tensor product of vector spaces, types of tensors) Source: Coursebook, 1-20.
4	Lecture: Types of tensors: contravariant tensors, components of contravariant tensors Quick Practice (5 minutes): Conduct exercises on	1. Recollection prior knowledge of the role of matrix inverses. Source: [3], 107-110. 2. Reading sections covering types of tensors: contravariant tensors and components of contravariant



	identifying contravariant tensors In-Class Discussion (5 minutes): Discuss the relationship between elements of the dual vector space and contravariant tensors	tensors. Source: Coursebook, 21-23.
5	Lecture: Types of tensors: mixed tensors Quick Practice (5 minutes): Conduct exercises on identifying tensor types In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on “What does the type (r, s) of a tensor represent?”	1. Recollection prior knowledge of the relationship between a basis and its dual basis. Source: [3], 70-84. 2. Reading sections covering types of tensors: mixed tensors. Source: Coursebook, 23-24.
6	Lecture: Contraction operator (contraction function) Quick Practice (5 minutes): Conduct exercises on contraction In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on “Which properties of a tensor are preserved under contraction?” Quiz 2 (15-20 minutes): At the end of the lecture, a short quiz will be given covering the topics covered in the course in weeks 4-6	1. Recollection prior knowledge of the meaning of the Kronecker delta δ_j^i. Source: [3], 56-65. 2. Reading sections covering the contraction operator (contraction function). Source: Coursebook, 28-29. 3. Quiz 2: (topics include types of tensors and the contraction operator) Sources: Coursebook, 21-24; 28-29.
7	Lecture: Tensor product of two tensor spaces, tensor algebra Quick Practice (5 minutes): Application of tensor algebra on example problems In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the topic “Do all elements in tensor algebra have physical or geometric meaning?”	1. Recollection prior knowledge of the direct sum and direct product. Source: [3], 90-95; 552-557. 2. Reading sections covering tensor algebra. Source: Coursebook, 29-31
8	Midterm 1	Review of all topics covered up to the exam week.
9	Lecture: Symmetric tensors and the symmetrizing operator Quick Practice (5 minutes): Exercises on the symmetrizing operator In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the topic “Which concepts in mathematics and physics are represented by symmetric tensors?”	1. Recollection prior knowledge of the permutation function. Source: [3], 212-215. 2. Read the sections covering symmetric tensors and the symmetrizing operator. Source: Coursebook, 32-36.
10	Lecture: Symmetric product and symmetric algebra Quick Practice (5 minutes): Exercises on symmetric algebra In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the topic “What is the difference between symmetric algebra and tensor algebra?” Quiz 3 (15-20 minutes): At the end of the lecture, a short quiz will be given covering the topics covered in the course in weeks 9-10	1. Recollection prior knowledge of the permutation and the concept of index swapping. Source: [3], 212-215. 2. Reading the sections covering symmetric product and symmetric algebra. Source: Coursebook, 37-41. 3. Quiz 3: (topics on symmetric tensors and the symmetrizing operator, symmetric product and symmetric algebra) Source: Coursebook, 32-41.
11	Lecture: Alternating tensors and the alternating operator Quick Practice (5 minutes): Exercises on the alternating operator In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the topic “Why is the alternation operation important in geometry and physics?”	1. Recollection prior knowledge of the concepts of symmetry and antisymmetry in multilinear functions. Source: [3], 215-220. 2. Reading sections covering alternating tensors and the alternating operator. Source: Coursebook, 41-46.



12	Lecture: Exterior product Quick Practice (5 minutes): Exercises on calculating the exterior product In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the topic “What is the geometric meaning of the exterior product?”	1. Recollection prior knowledge of the antisymmetry property of the determinant. Source: [3], 226-233. 2. Reading sections covering the exterior product. Source: Coursebook, 46-51.
13	Lecture: Exterior algebra Quick Practice (5 minutes): Exercises on exterior algebra In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the topic “What is the relationship between exterior algebra and tensor algebra?” Quiz 4 (15-20 minutes): A short quiz at the beginning of the lesson, covering topics assigned as pre-class preparation within the flipped learning framework	1. Recollection prior knowledge of permutations and their signs. Source: [3], 212-215. 2. Reading sections covering exterior algebra. Source: Coursebook, 51–56. 3. Quiz 4: (exterior algebra) Source: Coursebook, 51–56.
14	Lecture: Dimension of the exterior product space and exterior algebra, second-order real exterior product space Quick Practice (5 minutes): Exercises on the dimensions of the exterior product space and exterior algebra In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the topic “What does the real exterior product space represent?”	1. Recollection prior knowledge of the relationship between the wedge (exterior) product and geometric quantities. Source: [1], 124-133. 2. Reading the sections covering the dimension of the exterior product space and exterior algebra, and the second-order real exterior product space. Source: Coursebook, 57-64.
15	Lecture: A special example of the exterior product (vector cross product) Quick Practice (5 minutes): Exercises on transitioning from exterior product to vector cross product In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the topics “Is the vector cross product defined only in 3-dimensional space?” and “What is the geometric meaning of the vector cross product?”	1. Recollection prior knowledge of scalar (dot) product and determinant. Source: [3], 226-235; 347-348. 2. Reading the sections covering a special example of the exterior product (vector cross product). Source: Coursebook, 65-67. 3. Prepare and demonstrate codes in Matlab, Maple, Mathematica, or Python to calculate the vector cross product and visualize it in 3D, including examples.
16	Final	Review of all topics covered.

ECTS WORKLOAD TABLE

Activities	Number	Duration(Hour)	Total Workload
Course Hours	14	3	42
Laboratory			
Application			
Field Work			
Study Hours Out of Class	14	3	42
Special Course Internship (Work Placement)			
Homework Assignments			
Quizzes/Studio Critics	4	4	16
Project			
Presentations / Seminar			
Mid-Terms (Examination Duration + Examination Prep. Duration)	1	25	25



Final (Examination Duration + Examination Prep. Duration)	1	35	35
Total Workload:			160
Total Workload / 30(h):			5.3
ECTS Credit:			5



Ders Öğrenim Çıktısı & Program Çıktısı Matrisi

	DÖÇ-1	DÖÇ-2	DÖÇ-3	DÖÇ-4	DÖÇ-5	DÖÇ-6
PC-1 Geometri, analiz, lineer cebir, soyut matematik, cebir ve diferansiyel denklemler gibi matematiğin temel alanlarındaki tanımları ve teoremleri ifade edebilecek, bunlar arasında ilişki kurabilecek ve teoremlerin uygulamalarını açıklayabileceklerdir. / State the definitions and theorems in fundamental areas of mathematics such as geometry, analysis, linear algebra, abstract mathematics, and differential equations, establish connections between them and explain their applications.	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>
PC-2 Matematik alanındaki teorik ve uygulamalı bilgilerini ve matematiksel düşünme becerilerini kullanarak standart ve karmaşık matematiksel problemleri tanımlayabilecek ve analitik ve/veya sayısal yöntemlerle çözebilecek ve matematiksel bir önermenin geçerliliğini farklı ispat yöntemleri ile ispatlayabileceklerdir. / Identify standard and complex mathematical problems, solve these problems with analytical and/or numerical methods and prove the validity of a mathematical proposition through various proof techniques using their theoretical and applied knowledge of mathematics and mathematical thinking skills.	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>
PC-3 Matematik alanındaki teorik ve uygulamalı bilgilerini ve matematiksel düşünme becerilerini kullanarak gerçek hayattaki problemlerin matematiksel modellerini geliştirebilecek ve bu modelleri kullanarak problemlere geçerli çözümler üretebileceklerdir. / Develop mathematical models for real-life problems and generate valid solutions based on these models using their theoretical and applied knowledge of mathematics and mathematical thinking skills.	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>



PC-4 Disiplinlerarası bir yaklaşımla, farklı alanlarda edinmiş oldukları bilgileri sentezleyebileceklerdir. / Synthesise knowledge acquired from different disciplines through an interdisciplinary approach.	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>
PC-5 Matematik alanında edindikleri bilgi birikimlerini ve matematiksel düşünme becerilerini, teorik matematik, yazılım, finans ve yönetim matematiği, biyomatematik, veri bilimi ve finansal istatistik yöntemleri gibi disiplin-içi ve disiplinlerarası uzmanlık alanlarında geliştirebileceklerdir. / Advance their acquired knowledge in mathematics and mathematical thinking skills in both disciplinary and interdisciplinary areas of specialisation such as pure mathematics, software, financial and managerial mathematics, biomathematics, data science, and financial statistical methods.	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>
PC-6 Matematik alanında yaygın olarak kullanılan en az bir programlama dili ile bilgisayar ve yapay zekâ teknolojilerini, problemleri çözmek, veri analizi yapmak ve simülasyonlar gerçekleştirmek için kullanabileceklerdir. / Use at least one programming language and computer and artificial intelligence technologies widely employed in mathematics for problem-solving, data analysis, and simulations.	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>4</u>
PC-7 Matematik ve ilgili alanlardaki bilimsel ve teknolojik gelişmeleri izleyebilecek, kariyer fırsatlarını değerlendirerek kişisel ve mesleki gelişim hedeflerini belirleyebilecek ve bu hedeflere ulaşmak için hayat boyu öğrenme stratejilerini kullanabileceklerdir. / Follow scientific and technological developments in mathematics and related fields, assess career opportunities, identify personal and professional development goals, and adopt lifelong learning strategies to achieve these goals.	=	=	=	=	=	=



PC-8 Bilimsel araştırmalarını ve mesleki faaliyetlerini y�r�t�rken doğabilecek hukuksal sonu�ları ve toplumsal etkileri dikkate alarak mesleki etik ilkeler, kalite standartları ile evrensel değerler doğrultusunda ve sosyal sorumluluk bilinci ve adalet duygusuyla hareket edebileceklerdir. / Act with a sense of social responsibility and justice and in accordance with professional ethical principles, quality standards, and universal values by taking into account potential legal and societal consequences of their scientific research and professional activities.	=	=	=	=	=	=
PC-9 Bireysel olarak ya da takımlarda etkin bi�imde �alışabileceklerdir. / Work effectively both independently and as part of a team.	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>
PC-10 Matematik alanında g�venilir bilgi kaynaklarına ulaşarak literat�r taraması yapabilecek ve akademik araştırma tasarlayıp y�r�tebileceklerdir. / Access reliable sources of information, conduct literature reviews, and design and carry out academic research in the field of mathematics.	=	=	=	=	=	=
PC-11 Matematiksel konuları, teorileri, ispatları, araştırmaları ve problem ����mlerini, matematik terminoloğisi kullanarak t�m paydaşlara T�rk�e ve İngilizcede s�zl� ve yazılı olarak etkili bi�imde aktarabileceklerdir. / Effectively communicate mathematical topics, theories, proofs, research, and problem solutions to all relevant stakeholders using appropriate mathematical terminology, both orally and in writing, in Turkish and in English.	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>