



DERS BİLGİ FORMU

FAKÜLTE / ENSTİTÜ ADI	Fen Edebiyat Fakültesi
BÖLÜM / PROGRAM / ANABİLİM DALI ADI	Matematik
DERSİN ADI	Kontrol Teoriye Giriş
DERSİN KODU	MAT4390
YEREL KREDİSİ	3
AKTS KREDİSİ	5
HAFTALIK DERS SAATİ	3
HAFTALIK UYGULAMA SAATİ	0
HAFTALIK LABORATUVAR SAATİ	0
ÖNKOŞULLAR	Yok
YARIYIL	Güz/Bahar
DERSİN DİLİ	İngilizce, Türkçe
DERSİN SEVİYESİ	Lisans
DERSİN TÜRÜ	Seçmeli@Matematik Lisans Programı
DERSİN KATEGORİSİ	Temel Meslek Dersleri
DERSİN VERİLİŞ ŞEKLİ	Yüz Yüze
DERSİ SUNAN AKADEMİK BİRİM	Matematik Bölümü
DERSİN KOORDİNATÖRÜ	Eyüp KIZIL
ASİSTAN(LAR)	
DERSİN AMACI	Bu dersin amacı, öğrencilere matematiksel kontrol teorisinin temellerini tanıtmaktır. Öğrenciler, çeşitli matematiksel disiplinlerde ortak olarak kullanılan kavramların kontrol teorisindeki rolünü kavrayacak ve teorisinin uygulamalarına dair genel bir bakış kazanacaklardır. Ayrıca, diferansiyel geometrinin kontrol teorisindeki önemi vurgulanacak ve Lie teorisinin bu alana olan katkıları ele alınacaktır.
DERSİN İÇERİĞİ	Diferansiyellenebilir manifoldlar; tanjant uzayı, tanjant demeti; Lie türevi, Lie grupları, Lie cebiri; genel kontrol sistemleri, çeşitli kontrol sistemleri; klasik problemler.
DERS KİTABI / MALZEMESİ / ÖNERİLEN KAYNAKLAR	Ders Kitabı: Jurdjevic, Velimir. <i>Geometric Control Theory</i> . Cambridge University Press, 1997. Zorunlu Kaynaklar: [1] Warner, Frank W. <i>Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups</i> . Scott, Foresman and Company, 1971. [2] Sachkov, Yuri L. <i>Control Theory on Lie Groups Lectures Notes</i> . Journal of Mathematical Sciences, 2009. [3] Munkres, James. <i>Topology</i> . 2. baskı, Prentice-Hall, New Jersey, 2000.
Ders Öğrenim Çıktıları	Bu dersi başarıyla tamamlayan öğrenciler, 1. Matematiksel kontrol teorisinin temel kavramlarını tanımlayarak bunları farklı



problem türlerine uygulayabileceklerdir.

2. Çeşitli matematiksel disiplinlerden (analiz, cebir, geometri) gelen ortak kavramların kontrol teorisindeki kullanımını açıklayabileceklerdir.
3. Kontrol teorisinin mühendislik ve matematikteki temel uygulamalarını örneklerle tartışabileceklerdir.
4. Diferansiyel geometri araçlarını kullanarak kontrol sistemlerini inceleyebileceklerdir.
5. Lie grupları ve Lie cebirlerinin kontrol teorisindeki rolünü açıklayabileceklerdir.
6. Kontrol teorisini matematiğin farklı alanlarıyla ilişkilendirerek disiplinler arası bir bakış açısı geliştirebileceklerdir.

DEĞERLENDİRME SİSTEMİ

Etkinlikler	Sayı	Katkı Payı
Devam/Katılım: • İçerik: Öğrencilerin derse devam etmeleri ve katılmaları • Detaylı Değerlendirme Kriterleri: - Derse aktif katılım ve soru sorma - Sınıf-içi tartışmalara ve problem çözme süreçlerine katkı sağlayabilme	14	%5
Laboratuvar		
Uygulama (Sözlü Sınav): • İçerik: Öğrencilerden kontrol teori dersinin temel kavramlarını açıklamalarının ve uygulamalı bir soruya çözüm önerisi sunmalarının istenmesi • Format: Öğrenci ile bireysel olarak gerçekleştirilecek sözlü sınav (5-10 dakika) • Detaylı Değerlendirme Kriterleri: -Kavramları açıklayabilme -Problem çözebilme -Problem çözümlerini anlatabilme	1	%15
Arazi Çalışması		
Derse Özgü Staj		
Kısa Sınavlar/Stüdyo Kritiği (Zorunlu): • İçerik: Sınav haftasına kadar işlenen konuların tümünü kapsayan kapsamlı soruların sorulması • Format: Yüz yüze. Çoktan seçmeli kısa sınav (5-10 dakika) • Detaylı Değerlendirme Kriterleri: -Derste işlenen teorik konular ile ilgili problemleri çözebilme	6	%20
Ödev		
Sunum/Jüri		
Proje		



Seminer/Workshop		
Ara Sınavlar: İçerik: Sınav haftasına kadar işlenen konuların tümünü kapsayan kapsamlı sorular Format: Yüz yüze. Sınav (90 dakika) Detaylı Değerlendirme Kriterleri: -Dersin temel kavramlarının anlaşıldığının gösterilmesi -Teorik konularla ilgili problemlerin çözülebilmesi -Teorik düşünme süreçlerinin yürütülmesi	1	%20
Final: İçerik: Dersin tüm içeriğini kapsayan kapsamlı sorular Format: Yüz yüze. Sınav (90 dakika) Detaylı Değerlendirme Kriterleri: -Derste işlenen tüm konuların derinlemesine kavranmış olduğunun gösterilmesi -İleri düzey problem çözme becerilerinin kullanılabilmesi	1	%40
Dönem İçi Çalışmaların Başarı Notuna Katkısı		%60
Final Sınavının Başarı Notuna Katkısı		%40
TOPLAM		%100

HAFTALIK KONULAR VE İLGİLİ ÖN HAZIRLIK ÇALIŞMALARI

HAFTALAR	KONULAR	Ön Hazırlık
1	Konu Anlatımı: Diferansiyellenebilen manifoldlar Sınıf-içi Uygulama (5 dk.): Topolojik uzay ve alt topolojik uzay kavramları üzerine uygulamanın yaptırılması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Türev kavramının herhangi bir küme üzerine nasıl tanımlanabileceği üzerine tartışmanın yapılması	1. Topolojik uzaylar, alt topolojiler ve taban kavramlarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [3], 75-78. 2. Manifold, topolojik manifold ve diferansiyellenebilir manifold kavramlarını içeren konular ile ilgili bölümlerin okunması. Kaynak: [1], 5-10.
2	Konu Anlatımı: Diferansiyellenebilir (türevlenebilir) manifoldlar Sınıf-içi Uygulama (10 dk.): Hausdorffluk ve ikinci sayılabilirlik kavramlarının ele alınması ve bu kavramlara ilişkin uygulamanın yaptırılması Kısa Sınav 1 (15 dk.): Ders sonunda, derste işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Kapalı/açık küme, sürekli fonksiyonlar, homeomorfizma ve Hausdorff uzay kavramlarının hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [3], 92-109. 2. Türevlenebilir manifoldlar üzerinde, alt manifold kavramları, difeomorfizmalar ve ters fonksiyon teoremlerinin okunması. Kitabı [1], 10-16. 3. Kısa Sınav 1: (türevlenebilir manifold örnekleri üzerine) Kaynak: [1], 5-16.
3	Konu Anlatımı: Tanjant uzayı Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Tanjant uzayının geometrik inşası ile cebirsel inşasının karşılaştırılması	1. Türev, kısmi türev kavramları, baz ve boyut kavramları ile ilgili bilgiler ve R^n üzerinde tanjant doğrusu/düzlemi örneklerine ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. 2. Tanjant uzaylar konusunu içeren bölümlerin okunması. Kaynak: [1], 12-21.
4	Konu Anlatımı: Tanjant uzayı Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Lineer dönüşüm ve diferansiyel kavramları ile reel fonksiyonların zincir kuralı ve çok değişkenli fonksiyonlarda türevlerin uygulamanın yaptırılması	1. Eğrilerin türevlenebilirliği üzerinden tanjant vektör kavramına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 3-11. 2. Tanjant vektörü ve vektör alanları arasındaki bağlantıya ilişkin konuların okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 11-14.



5	Konu Anlatımı: Tanjant demeti Sınıf-içi Tartışma (10 dk.): Kartezyen çarpım ve fiber kavramlarını tekrar ederek tanjant uzaylarının küresel bir yapı olan demet altında birleşimini anlamaya yardımcı kavramların üzerine tartışmanın yapılması	1. Tanjant uzayı kavramını, diferansiyellenebilir manifoldların tanımını ve basit örneklerini gözden geçirerek, tüm tanjant uzaylarının bir araya getirilmesiyle elde edilen yapıyı anlamaya yönelik bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 1-14. 2. Tanjant demeti ve ilgili kavramların okunması. Kaynak: [1], 34-41.
6	Konu Anlatımı: Lie türevi Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Vektör alanları ile Lie türevi ilişkisi üzerine bir uygulamanın yaptırılması Kısa Sınav 2 (15 dk.): Vektör alanı kavramını anlama, temel özelliklerini hesaplama, gradyan, diverjans ve rotasyon gibi türevsel analizleri uygulama ve bu alanların manifold üzerindeki davranışlarını içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Vektör alanı kavramını ve türev operatörlerinin temel özelliklerinin hatırlanması ve bir vektör alanı boyunca başka bir vektör alanının türevlenmesi fikri ile ilgili bölümün okunması. Kaynak: [1], 5-40. 2. Kısa Sınav 2: şimdiye kadar yapılan vektör alanları ve ilgili teorem ile uygulamaları gözden geçirmek.
7	Konu Anlatımı: Lie türevi Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Diferansiyellenebilir manifoldlarda tanjant uzayları ve Lie türevi yardımıyla lokal koordinatlarda davranışın incelenmesi.	1. Vektör alanları ve bunların akışları (flow) hakkındaki temel bilgilere ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [1], 34-50. 2. Vektör alanları arasında doğrusal kombinasyon, Lie parantezi (bracket), Tanjant uzayları ve tanjant demeti kavramlarının hatırlanması ve ilgili bölümlerin okunması. Kaynak: [1], 5-35.
8	Ara Sınav 1	Sınav haftasına kadar işlenen konuların tümünün tekrar edilmesi
9	Konu Anlatımı: Matris Lie grupları Sınıf-içi Tartışma (15 dk.): Genel lineer matris grupları $GL(n, \mathbb{R})$ ve özel lineer matris grupları $SL(n, \mathbb{R})$ gibi temel matris gruplarına ilişkin tartışmanın yapılması	1. Matris işlemleri, ters matris, determinant, özdeğer/özvektör kavramları, grup kavramı ve grupların temel özelliklerinin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. 2. Matrix grubunun tanımı, grup ve diferansiyel manifold yapısı üzerine ilgili bölümlerin okunması. Kaynak: [1], 54-55.
10	Konu Anlatımı: Lie grupları ve Lie cebirleri Sınıf-içi Uygulama (5 dk.): Basit düzeyde denklemlerin çözümlerinin nasıl bulunduğu üzerine uygulamanın yaptırılması Kısa Sınav 3 (15 dk.): Grup ve Lie cebiri kavramlarını anlayıp temel örnekleri tanıma, matris grupları üzerinde Lie parantezini hesaplama ve Lie cebiri ile Lie grubu arasındaki ilişkiyi kavrayabilme yeteneğini ölçmek için ilgili konuları içeren bir kısa sınavın yapılması.	1. Grup kavramını, matris ve lineer cebir bilgilerini (matris çarpımı, ters matris, determinant, özdeğer/özvektör), diferansiyellenebilir manifoldların temel özelliklerini ve vektör alanları ile Lie türevi kavramlarının hatırlanması ve etkinleştirilmesi. 2. Lie grubu ve Lie cebirinin tanımı manifoldlarda verilen örneklerin hangi şartlarda bir Lie grubu olacağıyla ilgili konuları içeren bölümlerin okunması. Kaynak: [1], 82-88. 3. Kısa Sınav 3: (matris grupları üzerinde Lie parantezini hesaplama ve Lie cebiri ile Lie grubu arasındaki ilişkiyi öğrendiğini ölçmek) Kaynak: [1], 40-42.
11	Konu Anlatımı: Öklid uzayları üzerinde lineer kontrol sistemleri Sınıf-içi Tartışma (15 dk.): Lineer denklem sistemlerinin çözümlerinin disiplin içi ve disiplinlerarası uygulamalarına ilişkin tartışmanın yapılması	1. Diferansiyel denklemler, sistem dinamikleri kavramları, $\mathbb{R}^n$ üzerindeki temel lineer sistem örnekleri, lineer denklem sistemlerinin determinant yardımıyla çözümü ve lineer denklem sistemlerinin çözümünün geometrik uygulamaları konularını içeren bölümlerin okunarak hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [2], 1-15. 2. Öklid uzayları üzerinde lineer kontrol sistemleri konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 20-25.
12	Konu Anlatımı: Genel kontrol sistemleri Kısa Sınav 4 (15 dk.): Ders sonunda, derste işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Dinamik sistemler, diferansiyel denklemler, giriş(input)-çıkış(output) ilişkileri ve lineer cebir konularındaki temel bilgilerini tazeleyerek, sistem modeli kurma ve analiz etme kavramlarının hatırlanması ve



		etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 25-31. 2. Genel Kontrol Sistemleri konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: [2], 16-24. 3. Kısa Sınav 4: (lineer denklem sistemlerinin geometrik kontrol adı altında Öklid uzayları üzerine uygulaması) Kaynak: Ders Kitabı, 20-25.
13	Konu Anlatımı: Genel kontrol sistemleri Sınıf-İçi Uygulama: (15 dk) Genel kontrol sistemleri üzerine, fiziksel bir örneğin sınıf içi çözümünün yapılıp, bu çözümün analizinin detaylıca incelenmesi	1. Dinamik sistemler, giriş-çıkış denklemleri, durum uzayı, sürekli ve ayrık zamanlı sistemler ile temel lineer cebir ve analiz bilgilerini hatırlayarak, sistem modeli kurma ve davranış analizine ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 95-100. 2. Genel Kontrol Sistemleri konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: [3], 26-29.
14	Konu Anlatımı: Kontrol edilebilirlik problemi Sınıf-İçi Uygulama: (15 dk) Rocket-Car probleminin sınıf içinde detaylıca ele alınıp, hangi şartlar ile arabanın belirli bir noktada durdurabileceğinin ele alınması Kısa Sınav 5 (15 dk.) Ders sonunda, derste işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Lineer sistemlerin durum uzayı temsillerini, diferansiyel denklemlerle tanımlanan sistem dinamiklerini ve kontrol fonksiyonu içeren denklem için bunların ilişkilerini hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 64-70. 2. Bir lineer kontrol içeren diferansiyel denklem sisteminin kontrol edilebilirlik problemi ile ilişkili bölümlerin okunması. Kaynak: [2], 36-37. 3. Kısa Sınav 5: Derste işlenen problemin üzerine kısa bir sınav yapılması ve öğrencinin problemi ele alış biçiminin ölçülmesi.
15	Sınıf-İçi Uygulama (15 dk.): Farklı tipteki kontrol problemlerinin tanıtılması ve kurgulanması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Bu problemlerin farklı bir Lie grubu ya da manifold üzerindeki temsillerinin ne olabileceğine dair tartışmanın yapılması	1. Herhangi bir Lie grubu veya genel bir türevlenebilir manifold üzerinde kontrol probleminin detaylıca ve iyi tanımlı olacak şekilde kurgusunun hazırlanması ve analizinin yapılması.
16	Final	İşlenen konuların tümünün tekrar edilmesi

AKTS İŞYÜKÜ TABLOSU

Etkinlikler	Sayı	Süresi (Saat)	Toplam İşyükü
Ders Saati	14	3	42
Laboratuvar			
Uygulama (sözlü Sınav)	1	4	4
Arazi Çalışması			
Sınıf Dışı Ders Çalışması	14	4	56
Derse Özgü Staj			
Ödev			
Küçük Sınavlar/Stüdyo Kritiği	5	2	10
Projeler			
Sunum / Seminer			
Ara Sınavlar (Sınav Süresi + Sınav Hazırlık Süresi)	1	10	10
Final (Sınav Süresi + Sınav Hazırlık Süresi)	1	15	15



Toplam İş yükü:	137
Toplam İş yükü / 30(s):	4.57
AKTS Kredisi:	5



COURSE INFORMATION FORM

FACULTY / GRADUATE SCHOOL	Faculty of Arts and Sciences
DEPARTMENT / PROGRAMME	Mathematics
TITLE OF COURSE	Introduction to Control Theory
CODE	MAT4390
LOCAL CREDIT	3
ECTS	5
LECTURE HOUR / WEEK	3
PRACTICAL HOUR / WEEK	0
LABORATORY HOUR / WEEK	0
PREREQUISITE	None
SEMESTER	Fall/Spring
COURSE LANGUAGE	English, Turkish
LEVEL OF COURSE	First Cycle
COURSE TYPE	Required @ Bachelor Programme in Mathematics
COURSE CATEGORY	Core Courses
MODE OF DELIVERY	Face-to-Face
OWNER ACADEMIC UNIT	Department of Mathematics
COURSE COORDINATOR	
ASSISTANT(S)	
COURSE OBJECTIVES	This course aims to help students to the fundamentals of mathematical control theory. Students will develop an understanding of the role that commonly used concepts from various mathematical disciplines play within geometric control theory and gain a general overview of its applications. Furthermore, the importance of differential geometry in control theory will be emphasized, and the contributions of Lie theory to this field will be examined.
COURSE CONTENT	Differentiable manifolds; tangent space, tangent bundle; Lie derivation, Lie groups, Lie algebra; general control systems, various control systems; classical problems.
RECOMMENDED OR REQUIRED READINGS	Coursebook: Jurdjevic, Velimir. <i>Geometric Control Theory</i> . Cambridge University Press, 1997. Required Readings: [1] Warner, Frank W. <i>Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups</i> . Scott, Foresman and Company, 1971. [2] Sachkov, Yuri L. <i>Control Theory on Lie Groups Lectures Notes</i> . Journal of Mathematical Sciences, 2009. [3] Munkres, James. <i>Topology</i> . 2nd ed., Prentice-Hall, New Jersey, 2000.
Course Learning Outcomes	Upon successful completion of the course, students will be able to: 1. Apply to the fundamental concepts of mathematical control theory different



types of problems by defining them.

2. Explain the use of common concepts from various mathematical disciplines (analysis, algebra, geometry) within control theory.
3. Discuss the main applications of control theory in engineering and mathematics using examples.
4. Analyse control systems using the tools of differential geometry.
5. Explain the role of Lie groups and Lie algebras in control theory.
6. Develop an interdisciplinary perspective by relating control theory to other areas of mathematics.

EVALUATION SYSTEM

Activities	Number	Percentage of Grade
Attendance/Participation: Content: Student attendance and participation in the course. Detailed Assessment Criteria: -Active participation in lessons and asking questions -Ability to contribute to in-class discussions and problem-solving processes	14	%5
Laboratory		
Application (Oral Examination): Content: Students will be asked to explain fundamental concepts of control theory and to propose a solution to a practical problem. Format: Individual oral examination with each student (5-10 minutes). Detailed Assessment Criteria: -Ability to explain concepts -Ability to solve problems -Ability to articulate problem solutions	1	%15
Field Work		
Special Course Internship (Work Placement)		
Quizzes/Studio Critics: Content: Comprehensive questions covering all topics addressed up to the exam week Format: Face-to-face multiple-choice quiz (5-10 minutes) Detailed Assessment Criteria: -Ability to solve problems related to the theoretical topics covered in the course	6	%20
Homework Assignments		
Presentations/Jury		
Project		
Seminar/Workshop		



Midterms: Content: Comprehensive questions covering all topics addressed up to the exam week Format: Face-to-face written exam. (90 minutes). Detailed Assessment Criteria: -Demonstration of understanding of the fundamental concepts of the course -Ability to solve problems related to theoretical topics -Ability to carry out theoretical reasoning processes	1	%20
Final: Content: Comprehensive questions covering the entire content of the course Format: Face-to-face written exam. (90 minutes). Detailed Assessment Criteria: -Ability to apply advanced problem-solving skills -Demonstration of a thorough understanding of all topics covered in the course	1	%40
Percentage of In-Term Studies		%60
Percentage of Final Examination		%40
TOTAL		%100

WEEKLY SUBJECTS AND RELATED PREPARATION STUDIES

WEEKS	COURSE OUTLINE	Related Preparation
1	Lecture: Differentiable manifolds Quick Practice (5 minutes): Guided practice on the concepts of topological spaces and subspaces. In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on how the concept of a derivative can be defined on an arbitrary set	- Recollection and activation of prior knowledge on the concepts of topological spaces, subtopologies, and bases. Source: [3], 75-78. - Reading the sections covering the concepts of manifold, topological manifold, and differentiable manifold in detail. Source: [1], 5-10.
2	Lecture: Differentiable (smooth) manifolds Practice (10 minutes): Guided practice the concepts of Hausdorff and second countability and making applications of these concepts. Quiz 1 (15 minutes): A short quiz at the end of the class covering the topics discussed during the lecture	- Recollection and activation of prior knowledge on the concepts of closed/open sets, continuous functions, homeomorphisms, and Hausdorff spaces. Source: [3], 92-109. - Reading the sections on submanifolds, diffeomorphisms, and the inverse function theorem on differentiable manifolds. Source: [1], 10-16. Quiz 1: (on examples of differentiable manifolds). Source: [1], 5-16.
3	Lecture: Tangent space Practice (15 minutes): Comparison of the geometric and algebraic constructions of the tangent space	- Recollection and activation of prior knowledge on the concepts of derivative and partial derivatives, refreshing knowledge of basis and dimension from linear algebra, and reviewing prior knowledge related to tangent lines/planes in $\mathbb{R}^n$. - Reading the sections covering tangent spaces. Source: [1], 12-21.
4	Lecture: Tangent space Practice (15 minutes): Application exercises on linear transformations and the concept of differentials, including the chain rule for real functions and	- Recollection and activation of prior knowledge on the concept of tangent vectors through the differentiability of curves. Source: Coursebook, 3-11. - Reading the sections on the relationship between tangent vectors and vector fields. Source: Coursebook,



	derivatives of multivariable functions	11-14.
5	Lecture: Tangent bundle In-Class Discussion (10 minutes): Discussion on the concepts of Cartesian product and fibers, reviewing how tangent spaces combine under the global structure of the bundle and related supporting concepts	1. Recollection and activation of prior knowledge on the concept of tangent space, the definition of differentiable manifolds, and simple examples, focusing on understanding the structure obtained by combining all tangent spaces. Source: Coursebook, 1-14. 2. Reading the sections on tangent bundles and related concepts. Source: [1], 34-41.
6	Lecture: Lie derivative Practice (15 minutes): Application exercises on the relationship between vector fields and the Lie derivative Quiz 2 (15 minutes): Assessment of students' ability to understand the concept of vector fields, compute their basic properties, apply differential analyses such as gradient, divergence, and curl, and comprehend the behavior of these fields on manifolds	1. Recollection and activation of prior knowledge on the concept of vector fields and the fundamental properties of derivative operators, with a focus on the idea of differentiating one vector field along another. Source: [1], 5-40. 2. Quiz 2: (reviewing the vector fields studied so far along with the related theorems and applications)
7	Lecture: Lie derivative Practice (15 minutes): Examining the local behavior in differentiable manifolds using tangent spaces and the Lie derivative	1. Recollection and activation of prior knowledge on vector fields and their flows. Source: [1], 34-50. 2. Reading the sections reviewing tangent spaces and tangent bundles, including the concepts of linear combinations and the Lie bracket between vector fields. Source: [1], 5-35.
8	Midterm 1	Review of all topics covered up to the exam week.
9	Lecture: Matrix Lie groups In-Class Discussion (15 minutes): Discussion on fundamental matrix groups such as general linear groups $GL(n, \mathbb{R})$ and special linear groups $SL(n, \mathbb{R})$	1. Recollection and activation of prior knowledge on matrix operations, inverse matrices, determinants, eigenvalues/eigenvectors from linear algebra, and on the concept of groups and their fundamental properties. 2. Reading the sections on the definition of matrix groups, and their group and differentiable manifold structures. Source: [1], 54-55.
10	Lecture: Lie groups and Lie algebras Quick Practice (5 minutes): Exercises on finding solutions of simple equations Quiz 3 (15 minutes): A short quiz covering topics designed to assess students' understanding of group and Lie algebra concepts, recognition of basic examples, computation of the Lie bracket on matrix groups, and comprehension of the relationship between a Lie algebra and its corresponding Lie group	1. Recollection and activation of prior knowledge on the concept of groups, matrix and linear algebra knowledge (matrix multiplication, inverse matrices, determinants, eigenvalues/eigenvectors), fundamental properties of differentiable manifolds, and the concepts of vector fields and the Lie derivative. 2. Reading the sections covering the definition of Lie groups and Lie algebras, including examples on manifolds and the conditions under which they form a Lie group. Source: [1], 82-88. 3. Quiz 3: (assessing understanding of computing the Lie bracket on matrix groups and the relationship between a Lie algebra and its corresponding Lie group) Source: [1], 40-42.
11	Lecture: Linear control systems on Euclidean spaces In-Class Discussion (15 minutes): Discussion on the applications of solutions of linear equation systems within the discipline and across interdisciplinary contexts	1. Recollection and activation of prior knowledge on the concepts of differential equations and system dynamics, including basic examples of linear systems in $\mathbb{R}^n$, solution of linear equation systems using determinants, and the geometric applications of these solutions. Source: [2], 1-15. 2. Reading the sections covering linear control systems on Euclidean spaces. Source: Coursebook, 20-25.
12	Lecture: General control systems Quiz 4 (15 minutes): A short quiz at the end of the class covering the topics discussed during the lecture	1. Recollection and activation of prior knowledge on dynamic systems, differential equations, input-output relationships, and linear algebra, focusing on recalling and reinforcing the concepts of system modeling and analysis. Source: Coursebook, 25-31.



		2. Reading the sections covering general control systems. Source: [2], 16-24. 3. Quiz 4: (application of linear equation systems in Euclidean spaces under the framework of geometric control). Source: Coursebook, 20-25.
13	Lecture: General control systems Practice (15 minutes): Solving a physical example related to general control systems in class, followed by a detailed analysis of the solution.	1. Recollection and activation of prior knowledge on dynamic systems, input-output equations, state space, continuous and discrete-time systems, along with basic linear algebra and analysis, focusing on recalling and reinforcing concepts of system modeling and behavior analysis. Source: Coursebook, 95-100. 2. Reading the sections covering general control systems. Source: [3], 26-29.
14	Lecture: Controllability problem Practice (15 minutes): Detailed in-class analysis of the Rocket-Car problem, examining the conditions under which the car can be brought to a specific point. Quiz 5 (15 minutes): A short quiz at the end of the class covering the topics discussed during the lecture	1. Recollection and activation of prior knowledge on state-space representations of linear systems, system dynamics defined by differential equations, and their relationships with equations including control functions. Source: Coursebook, 64-70. 2. Reading the sections related to the controllability problem of a differential equation system with a linear control. Source: [2], 36-37. 3. Quiz 5: A short quiz on the problem covered in class, assessing the student's approach to the problem.
15	Practice (15 minutes): Introduction and formulation of different types of control problems In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on how these problems could be represented on different Lie groups or manifolds	1. Recollection and activation of prior knowledge on formulating and analyzing a control problem in detail and in a well-defined manner on any Lie group or general differentiable manifold.
16	Final	Review of all topics covered.

ECTS WORKLOAD TABLE

Activities	Number	Duration (Hour)	Total Workload
Course Hours	14	3	42
Laboratory			
Application	1	4	4
Field Work			
Study Hours Out of Class	14	4	56
Special Course Internship (Work Placement)			
Homework Assignments			
Quizzes/Studio Critics	5	2	10
Project			
Presentations / Seminar			
Mid-Terms (Examination Duration + Examination Prep. Duration)	1	10	10
Final (Examination Duration + Examination Prep. Duration)	1	15	15
Total Workload:			137
Total Workload / 30(h):			4.57
ECTS Credit:			5



Ders Öğrenim Çıktısı & Program Çıktısı Matrisi

	DÖC-1	DÖC-2	DÖC-3	DÖC-4	DÖC-5	DÖC-6
PC-1 Geometri, analiz, topoloji, soyut matematik, cebir ve diferansiyel denklemler gibi matematiğin temel alanlarındaki tanımları ve teoremleri ifade edebilecek, bunlar arasında ilişki kurabilecek ve teoremlerin uygulamalarını açıklayabileceklerdir. / State the definitions and theorems in fundamental areas of mathematics such as geometry, analysis, topology, abstract mathematics, and differential equations, establish connections between them and explain their applications.	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	<u>5</u>
PC-2 Matematik alanındaki teorik ve uygulamalı bilgilerini ve matematiksel düşünme becerilerini kullanarak standart ve karmaşık matematiksel problemleri tanımlayabilecek ve analitik ve/veya sayısal yöntemlerle çözebilecek ve matematiksel bir önermenin geçerliliğini farklı ispat yöntemleri ile ispatlayabileceklerdir. / Identify standard and complex mathematical problems, solve these problems with analytical and/or numerical methods and prove the validity of a mathematical proposition through various proof techniques using their theoretical and applied knowledge of mathematics and mathematical thinking skills.	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>
PC-3 Matematik alanındaki teorik ve uygulamalı bilgilerini ve matematiksel düşünme becerilerini kullanarak gerçek hayattaki problemlerin matematiksel modellerini geliştirebilecek ve bu modelleri kullanarak problemlere geçerli çözümler üretebileceklerdir. / Develop mathematical models for real-life problems and generate valid solutions based on these models using their theoretical and applied knowledge of mathematics and	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>5</u>



mathematical thinking skills.						
PC-4 Disiplinlerarası bir yaklaşımla, farklı alanlarda edinmiş oldukları bilgileri sentezleyebileceklerdir. / Synthesise knowledge acquired from different disciplines through an interdisciplinary approach.	<u>5</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>4</u>
PC-5 Matematik alanında edindikleri bilgi birikimlerini ve matematiksel düşünme becerilerini, teorik matematik, yazılım, finans ve yönetim matematiği, biyomatematik, veri bilimi ve finansal istatistik yöntemleri gibi disiplin-içi ve disiplinlerarası uzmanlık alanlarında geliştirebileceklerdir. / Advance their acquired knowledge in mathematics and mathematical thinking skills in both disciplinary and interdisciplinary areas of specialisation such as pure mathematics, software, financial and managerial mathematics, biomathematics, data science, and financial statistical methods.	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>5</u>
PC-6 Matematik alanında yaygın olarak kullanılan en az bir programlama dili ile bilgisayar ve yapay zekâ teknolojilerini, problemleri çözmek, veri analizi yapmak ve simülasyonlar gerçekleştirmek için kullanabileceklerdir. / Use at least one programming language and computer and artificial intelligence technologies widely employed in mathematics for problem-solving, data analysis, and simulations.	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>4</u>
PC-7 Matematik ve ilgili alanlardaki bilimsel ve teknolojik gelişmeleri izleyebilecek, kariyer fırsatlarını değerlendirerek kişisel ve mesleki gelişim hedeflerini belirleyebilecek ve bu hedeflere ulaşmak için hayat boyu öğrenme stratejilerini kullanabileceklerdir. / Follow scientific and technological developments in mathematics and related fields, assess career opportunities, identify personal and professional development goals, and adopt lifelong learning strategies to achieve these goals.	=	=	=	=	=	=



PC-8 Bilimsel araştırmalarını ve mesleki faaliyetlerini yrtrken doğabilecek hukuksal sonuları ve toplumsal etkileri dikkate alarak mesleki etik ilkeler, kalite standartları ile evrensel değerler doğrultusunda ve sosyal sorumluluk bilinci ve adalet duygusuyla hareket edebileceklerdir. / Act with a sense of social responsibility and justice and in accordance with professional ethical principles, quality standards, and universal values by taking into account potential legal and societal consequences of their scientific research and professional activities.	=	=	=	=	=	=
PC-9 Bireysel olarak ya da takımlarda etkin biimde alışabileceklerdir. / Work effectively both independently and as part of a team.	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>
PC-10 Matematik alanında gvenilir bilgi kaynaklarına ulaşarak literatr taraması yapabilecek ve akademik araştırma tasarlayıp yrtebileceklerdir. / Access reliable sources of information, conduct literature reviews, and design and carry out academic research in the field of mathematics.	=	=	=	=	=	=
PC-11 Matematiksel konuları, teorileri, ispatları, araştırmaları ve problem zmlerini, matematik terminolojisi kullanarak tm paydaşlara Trke ve İngilizcede szl ve yazılı olarak etkili biimde aktarabileceklerdir. / Effectively communicate mathematical topics, theories, proofs, research, and problem solutions to all relevant stakeholders using appropriate mathematical terminology, both orally and in writing, in Turkish and in English.	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>