



DERS BİLGİ FORMU

FAKÜLTE / ENSTİTÜ ADI	Fen Edebiyat Fakültesi
BÖLÜM / PROGRAM / ANABİLİM DALI ADI	Matematik
DERSİN ADI	Öklid Dışı Geometri
DERSİN KODU	MAT4470
YEREL KREDİSİ	3
AKTS KREDİSİ	5
HAFTALIK DERS SAATİ	3
HAFTALIK UYGULAMA SAATİ	0
HAFTALIK LABORATUVAR SAATİ	0
ÖNKOŞULLAR	Yok
YARIYIL	Güz, Bahar
DERSİN DİLİ	İngilizce, Türkçe
DERSİN SEVİYESİ	Lisans
DERSİN TÜRÜ	Seçmeli @Matematik Lisans Programı Seçmeli @ İlköğretim Matematik Eğitimi Lisans Programı
DERSİN KATEGORİSİ	Temel Meslek Dersleri
DERSİN VERİLİŞ ŞEKLİ	Yüz Yüze
DERSİ SUNAN AKADEMİK BİRİM	Matematik Bölümü
DERSİN KOORDİNATÖRÜ	Salim YÜCE
ASİSTAN(LAR)	
DERSİN AMACI	Bu dersin amacı, öğrencilerin Öklid geometrisinin dışında Öklid-dışı geometriler olarak isimlendirilen yeni geometrilerin de varlığını ve Öklid dışı geometrilere ait temel özellikleri kavramasına yardımcı olmaktır. Ders ayrıca, öğrencilerin soyut matematiksel yapıların temel özelliklerini anlamalarına yardımcı olmakta ve metriklerin değiştirilmesiyle yeni geometrilerin tanımlanabileceğini göstermekte, bunlar sayesinde bazı özellikleri elde etme becerileri kazandırmayı amaçlamaktadır.
DERSİN İÇERİĞİ	Öklid geometrisinin postulatları, Öklid dışı geometrilerin doğuşu ve bu geometriler hakkında temel bilgiler; Cayley-Klein dokuz farklı düzlem geometrisi; Cayley-Klein geometrilerine ait uzaklık ve açı ölçümleri, afin Cayley-Klein düzlem geometrileri, Minkowski (Lorentz) geometrisine ait temel kavramlar, Galile geometrisine ait temel kavramlar: uzaklık, açı, üçgenler, dörtgenler, afin Cayley-Klein düzlemlerinde temel lineer cebir bilgileri, afin Cayley-Klein düzlemlerinde eğriler, genelleştirilmiş kompleks düzlem ve geometrisi, düzlem geometrileri ve sayı geometrileri arasındaki ilişki.
DERS KİTABI / MALZEMESİ / ÖNERİLEN KAYNAKLAR	Ders Kitabı: Yaglom, Isaak M. <i>A Simple Non-Euclidean Geometry and Its Physical Basis</i> . Springer-Verlag, New York, 1979. Zorunlu Kaynaklar: [1] Coxeter, Harold S. M. <i>Non-Euclidean geometry</i> . 5. baskı, University of Toronto Press, Toronto, Canada, 1978.



	[2] Gans, David. <i>Transformations and geometries</i>. Appleton-Century-Crofts, 1969. [3] Helzer, Garry. <i>Special relativity with acceleration</i>. The American Mathematical Monthly, 107(3), 219-237, 2000. [4] Yaglom, Isaak M. <i>Complex Numbers in Geometry</i>. Springer-Verlag, New York, 1968. [5] Yüce, Salim. <i>Analitik Geometri</i>. 9. baskı, Pegem Akademi Yayıncılık, 2024. [6] Yüce, Salim. <i>Lineer Cebir</i>. 8. baskı, Pegem Akademi Yayıncılık, 2025. [7] Yüce, Salim. <i>Sayılar ve Geometri</i>. 1. baskı, Pegem Akademi Yayıncılık, 2020. [8] Yüce, Salim. <i>Öklid Uzayında Diferansiyel Geometri</i>. 10. baskı, Pegem Akademi Yayıncılık, 2024. Önerilen Kaynaklar: Kisil, Vladimir V. <i>Geometry of Möbius Transformations: Elliptic, Parabolic and Hyperbolic Actions of $SL_2(R)$</i>. Imperial College Press, London, 2012. Barrett, O' Neill. <i>Semi Riemannian Geometry</i>. Academic Press, New York 1983. Ratcliffe, John G. <i>Foundation of Hyperbolic Manifolds</i>. Springer 1994. Rosenfeld, Brian A. <i>A history of non-Euclidean geometry: evolution of the concept of a geometrical space</i>. Springer, New York, 1988.	
Ders Öğrenim Çıktıları	Bu dersi başarıyla tamamlayan öğrenciler, - Öklid geometrisinin postulatları, Öklid dışı geometrilerin doğuşu ve bu geometriler hakkındaki temel bilgileri ifade edebileceklerdir. - Cayley-Klein'in dokuz farklı düzlem geometrisini ve bu geometrilere karşılık gelen ait uzaklık ve açı ölçümlerini analiz edebileceklerdir. - Afin Cayley-Klein düzlem geometrileri ve bu geometrilerin özelliklerini açıklayabileceklerdir. - Minkowski (Lorentz) geometrisine ve Galile geometrisine ait temel kavramları ifade edebileceklerdir. - Afin Cayley-Klein düzlemlerinde temel lineer cebir bilgilerini kullanarak yorumlarda bulunabileceklerdir. - Afin Cayley-Klein düzlemlerinde eğrileri analiz edebileceklerdir. - Genelleştirilmiş kompleks düzlem ile genelleştirilmiş kompleks sayılar arasındaki ilişki yardımıyla düzlem geometrileri ile sayı geometrileri arasındaki ilişkileri ifade edebileceklerdir.	
DEĞERLENDİRME SİSTEMİ		
Etkinlikler	Sayı	Katkı Payı
Devam/Katılım		
Laboratuvar		
Uygulama		
Arazi Çalışması		
Derse Özgü Staj		
Kısa Sınavlar/Stüdyo Kritiği (Zorunlu): İçerik: Sınav haftasına kadar işlenen konuların tümünü kapsayan kapsamlı soruların sorulması Format: Yüz yüze. Çoktan seçmeli kısa sınav (5-10 dakika)	4	%20



Detaylı Değerlendirme Kriterleri: -Derste işlenen teorik konular ile ilgili problemleri çözebilme			
Ödev			
Sunum/Jüri			
Proje			
Seminer/Workshop			
Ara Sınavlar: İçerik: Sınav haftasına kadar işlenen konuların tümünü kapsayan kapsamlı sorular Format: Yüz yüze. Sınav (90 dakika) Detaylı Değerlendirme Kriterleri: -Dersin temel kavramlarının anlaşıldığının gösterilmesi -Teorik konularla ilgili problemlerin çözülebilmesi -Teorik düşünme süreçlerinin yürütülmesi		1	%40
Final: İçerik: Dersin tüm içeriğini kapsayan kapsamlı sorular Format: Yüz yüze. Sınav (90 dakika) Detaylı Değerlendirme Kriterleri: -Derste işlenen tüm konuların derinlemesine kavranmış olduğunun gösterilmesi -İleri düzey problem çözme becerilerinin kullanılabilmesi		1	%40
Dönem İçi Çalışmaların Başarı Notuna Katkısı			%60
Final Sınavının Başarı Notuna Katkısı			%40
TOPLAM			%100
HAFTALIK KONULAR VE İLGİLİ ÖN HAZIRLIK ÇALIŞMALARI			
HAFTALAR	KONULAR	Ön Hazırlık	
1	Konu Anlatımı: Öklid geometrisinin postulatları, Öklid dışı geometrilerin doğuşu ve bu geometriler hakkında temel bilgiler Sınıf-içi Uygulama (5 dk.): Öklid dışı geometriye neden ihtiyaç duyulduğunun açıklanması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Öklid dışı geometrilerle ilgili temel farkları, paralellik aksiyomunun geometri üzerindeki etkileri ve “Bilim tarihi açısından Öklid dışı geometrinin ortaya çıkışı ve etkileri” hakkında tartışma yapılması	1. Afin uzay ve Öklid uzayı kavramlarını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 2-7. 2. Öklid ve Öklid dışı geometriler hakkında temel bilgileri içeren bölümlerin okunması. Kaynaklar: [1], 1-13. [2], 1-5.	
2	Konu Anlatımı: Cayley-Klein dokuz farklı düzlem geometrisi Sınıf-içi Uygulama (5 dk.): Cayley-Klein dokuz farklı düzlem geometrisinden belirli örnekler verilerek öğrencilerin bu örnekler üzerinden hangi geometrinin söz konusu olduğunu tespit etmeleri Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Cayley-Klein dokuz farklı düzlem geometrisini sınıflandırarak, her birinin temel özelliklerinin kavranması ve bu geometrilerin doğa, fizik ve günlük yaşamla olası ilişkileri üzerine tartışma yapılması	1. Cayley-Klein dokuz farklı düzlem geometrisi konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 214-242.	



3	Konu Anlatımı: Cayley-Klein geometrilerine ait uzaklık (eliptik, parabolik, hiperbolik) ve açı (eliptik, parabolik, hiperbolik) ölçümleri Sınıf-içi Uygulama (5 dk): Eliptik, parabolik ve hiperbolik Cayley-Klein geometrilerinde uzaklık ve açı ölçümünü formül ve model kullanarak hesaplayabilmeleri üzerine uygulamalar yaptırılması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): “Geometriye göre açı ve uzaklık değişir mi?” konusu üzerine tartışma yapılması Kısa Sınav 1 (15 dk.): Ders sonunda, 1. ve 2. hafta derste işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Öklid uzayında temel metrik kavramların hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [6], 49-53. 2. Cayley-Klein geometrilerine ait uzaklık (eliptik, parabolik, hiperbolik) ve açı (eliptik, parabolik, hiperbolik) ölçümleri konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 214-242. 3. Kısa Sınav 1: (1. ve 2. hafta derste işlenen konular) Kaynak: Ders Kitabı, 214-242. [1], 1-13. [2], 1-5
4	Konu Anlatımı: Afin Cayley-Klein düzlem geometrileri Sınıf-içi Uygulama (5 dk): Afin Cayley-Klein düzlem geometrilerinin türleri üzerine uygulama yaptırılması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Afin Cayley-Klein düzlem geometrilerinin hangisinin gerçek dünyaya daha yakın olduğunun tartışılması	1. Afin Cayley-Klein düzlem geometrilerini içeren bölümlerin okunması. Kaynak: [3], 219-237.
5	Konu Anlatımı: Minkowski (Lorentz) geometrisine ait temel kavramlar: özel doğrular, uzaklık, çember Sınıf-içi Uygulama (5 dk.): Öğrencilerin Minkowski düzleminde verilen vektörlerin türünü (zaman-benzer, uzay-benzer, ışık-benzer) belirleyebilmeleri ve Minkowski metriğini uygulayarak temel hesaplamalar yapabilmeleri üzerine uygulamalar yaptırılması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): İkizler paradoksunun Minkowski uzayında çözümünü üzerine tartışma yapılması	1. Minkowski uzayı ve temel cebirsel özelliklerinin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [6], 548-569. 2. Minkowski (Lorentz) geometrisine ait temel kavramlar konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 174-182.
6	Konu Anlatımı: Minkowski (Lorentz) geometrisine ait temel kavramlar: açı, üçgenler Sınıf-içi Uygulama (5 dk.): Minkowski (Lorentz) geometrisinin klasik geometriden farklarının ayırt edilmesi amacıyla ışık konisi kavramıyla Minkowski düzleminde çizilmiş çeşitli vektörlerin sınıflandırılması üzerine uygulamalar yapılması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Minkowski (Lorentz) geometrisi ile Genel Görelilik Teorisi arasındaki ilişki üzerine tartışmanın yapılması Kısa Sınav 2 (15 dk.): Ders sonunda, 5. haftanın sonuna kadar derste işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Minkowski (Lorentz) geometrisine ait temel kavramlar konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 182-201. 2. Kısa Sınav 2: (5. hafta sonuna kadar olan tüm konular) Kaynaklar: Ders Kitabı, 174-182; 214-242. [1], 1-13. [2], 1-5. [3], 219-237.
7	Konu Anlatımı: Galile geometrisine ait temel kavramlar: uzaklık, açı, üçgenler, dörtgenler Sınıf-içi Uygulama (5 dk.): Galile dönüşüm formüllerinin örnekler üzerinde uygulanması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): “Galile geometrisinde zaman tüm gözlemciler için aynıdır.” başlığı üzerine tartışmanın yapılması	1. Galile düzlemine ait temel kavramların hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [7], 147-162. 2. Galile geometrisine ait temel kavramlar konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 33-77.
8	Ara Sınav 1	Sınav haftasına kadar işlenen konuların tümünün tekrar edilmesi
9	Konu Anlatımı: Galile geometrisine ait temel kavramlar: çemberler ve döngüler Sınıf-içi Uygulama (5 dk.): Galile dönüşümlerini kullanarak çeşitli problemlerin (örneğin hareket problemi) çözümü üzerine uygulamalar yaptırılması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Çeşitli teknolojiler ile (örneğin GPS	1. Galile geometrisine ait temel kavramlar konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 77-90.



	teknolojisi) Galile geometri arasındaki ilişkinin tartışmanın yapılması	
10	Konu Anlatımı: Afin Cayley-Klein düzlemlerinde temel lineer cebir bilgileri Sınıf-İçi Uygulama (5 dk.): Afin Cayley-Klein düzlemlerinde lineer dönüşümler ile ilgili uygulamaların yaptırılması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Afin Cayley-Klein düzlemlerinde lineer dönüşümlerin geometrik etkileri, özellikle doğrular ve noktalar üzerindeki etkileri üzerine tartışmanın yapılması Kısa Sınav 3 (15 dk.): Ders sonunda, 9. haftanın sonuna kadar derste işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Afin Cayley-Klein düzlem geometrilerini içeren bölümlerin okunması. Kaynak: [3], 219-237. 2. Kısa Sınav 3: (9. hafta sonuna kadar olan tüm konular) Kaynaklar: Ders Kitabı, 33-90; 174-201; 214-242. [1], 1-13. [2], 1-5. [3], 219-237.
11	Konu Anlatımı: Afin Cayley-Klein düzlemlerinde eğriler Sınıf-İçi Uygulama (5 dk.): Afin Cayley-Klein düzlemlerinde eğrilerin Frenet vektör alanlarının bulunması konusunda uygulamasının yaptırılması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Afin Cayley-Klein düzlemlerindeki eğrilerin hangi geometrik özelliklerinin korunup hangilerinin değiştiğinin üzerine tartışma yapılması	1. Öklid düzleminde eğriler hakkında temel bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [8], 173-191. 2. Afin Cayley-Klein düzlem geometrilerini içeren bölümlerin okunması Kaynak: [3], 219-237.
12	Konu Anlatımı: Genelleştirilmiş kompleks düzlem Sınıf-İçi Uygulama (5 dk.): Genelleştirilmiş kompleks sayıların temel tanımlarını kullanarak bu sayıların cebirsel işlemlerini kavramaları üzerine uygulama yaptırılması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): “Genelleştirilmiş kompleks sayılar kompleks sayılardan nasıl farklılaşır? Bu değişim matematikte ve fizikte ne tür uygulamalara yol açabilir?” konularının tartışmasının yapılması	1. Genelleştirilmiş kompleks düzlemin özelliklerinin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [7], 14-21. 2. Genelleştirilmiş kompleks düzlem konusunu içeren bölümün okunması. Kaynak: [4], 1-22.
13	Konu Anlatımı: Genelleştirilmiş kompleks düzlem ve geometrisi Sınıf-İçi Uygulama: (5 dk) Genelleştirilmiş kompleks sayılar ile yapılan işlemleri tanıması ve bu sayıların düzlemde tanımladığı geometrik yapıları anlaması için örneklemesinin yaptırılması Sınıf-İçi Tartışma: (5 dk.) “Sayı sistemi değişirse geometri de değişir mi?” konusunun tartışmasının yapılması Kısa Sınav 4 (15 dk.): Ters yüz edilmiş öğrenme (flipped learning) yöntemi çerçevesinde, ders başında, öğrenciye verilen ön hazırlık görevinde yer alan konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Genelleştirilmiş kompleks düzlem ve geometrisi konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: [4], 1-22. 2. Kısa Sınav 4: (genelleştirilmiş kompleks düzlem ve geometrisi) Kaynak: [4], 1-22.
14	Konu Anlatımı: Düzlem geometrileri ve sayı geometrileri arasındaki ilişki Sınıf-İçi Uygulama: (5 dk) Farklı sayı sistemlerinin düzlem geometrilerindeki etkisini anlamaları ve sayı-geometri ilişkisinin temelini kavramaları için örneklemesinin yaptırılması Sınıf-İçi Tartışma: (5 dk.) “Bir sayı sistemi değiştiğinde, ona bağlı olan düzlem geometrisi nasıl değişir?” konusunun tartışmasının yapılması	1. Genelleştirilmiş kompleks sayılar ve afin Cayley-Klein düzlemi konusunu içeren bölümün okunması. Kaynak: [7], 218-257. 2. Düzlem geometrileri ve sayı geometrileri arasındaki ilişkisi konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: [4], 26-95.
15	Konu Anlatımı: Öklid dışı geometriye programlama destekli yaklaşım Sınıf-İçi Uygulama (15 dk.): Programlama dillerinin tanıtılması Sınıf-İçi Tartışma (5 dk.): Programlama dillerinin bilinmesinin önemini tartışılması	1. Matlab, Maple, Mathematica veya Python dillerinin birinde afin Cayley-Klein düzlemindeki lineer cebir üzerine yapılacak uygulamanın kodlarının hazırlanması ve örneklendirilmesi.
16	Final	İşlenen konuların tümünün tekrar edilmesi

**AKTS İŞYÜKÜ TABLOSU**

Etkinlikler	Sayı	Süresi (Saat)	Toplam İşyükü
Ders Saati	14	3	42
Laboratuar			
Uygulama			
Arazi Çalışması			
Sınıf Dışı Ders Çalışması	14	3	42
Derse Özgü Staj			
Ödev			
Küçük Sınavlar/Stüdyo Kritiği	4	3	12
Projeler			
Sunum / Seminer			
Ara Sınavlar (Sınav Süresi + Sınav Hazırlık Süresi)	1	25	25
Final (Sınav Süresi + Sınav Hazırlık Süresi)	1	35	35
Toplam İş yükü:			156
Toplam İş yükü / 30(s):			5.2
AKTS Kredisi:			5



COURSE INFORMATION FORM

FACULTY / GRADUATE SCHOOL	Faculty of Arts and Sciences
DEPARTMENT / PROGRAMME	Mathematics
TITLE OF COURSE	Non-Euclidean Geometry
CODE	MAT4470
LOCAL CREDIT	3
ECTS	5
LECTURE HOUR / WEEK	3
PRACTICAL HOUR / WEEK	0
LABORATORY HOUR / WEEK	0
PREREQUISITE	None
SEMESTER	Fall, Spring
COURSE LANGUAGE	English, Turkish
LEVEL OF COURSE	First Cycle
COURSE TYPE	Elective @ Bachelor Programme in Mathematics Elective @ Undergraduate Program in Elementary Mathematics Education
COURSE CATEGORY	Core Courses
MODE OF DELIVERY	Face-to-Face
OWNER ACADEMIC UNIT	Department of Mathematics
COURSE COORDINATOR	Salim YÜCE
ASSISTANT(S)	
COURSE OBJECTIVES	This course aims to help students comprehend the existence of new geometries beyond Euclidean geometry, known as non-Euclidean geometries, and their fundamental properties. The course also helps students understand the fundamental properties of abstract mathematical structures and shows that new geometries can be defined through changes in metrics, aiming thereby to develop their skills in achieving certain properties within these frameworks.
COURSE CONTENT	Postulates of Euclidean geometry, the emergence of non-Euclidean geometries, and basic concepts related to these geometries; the nine different plane geometries of Cayley-Klein; distance and angle measurements in Cayley-Klein geometries; affine Cayley-Klein plane geometries; fundamental concepts of Minkowski (Lorentz) geometry; fundamental concepts of Galilean geometry; basic linear algebra concepts in affine Cayley-Klein planes; curves in affine Cayley-Klein planes; generalized complex plane and its geometry; the relationship between plane geometries and number geometries.
RECOMMENDED OR REQUIRED READINGS	Coursebook: Yaglom, Isaak M. <i>A Simple Non-Euclidean Geometry and Its Physical Basis</i> . Springer-Verlag, New York, 1979. Required Readings: [1] Coxeter, Harold S. M. <i>Non-Euclidean geometry</i> . 5. baskı, University of Toronto Press, Toronto, Canada, 1978. [2] Gans, David. <i>Transformations and geometries</i> . Appleton-Century-Crofts, 1969.



[3] Helzer, Garry. *Special relativity with acceleration*. The American Mathematical Monthly, 107(3), 219-237, 2000.

[4] Yaglom, Isaak M. *Complex Numbers in Geometry*. Springer-Verlag, New York, 1968.

[5] Yüce, Salim. *Analitik Geometri*. 9th ed., Pegem Akademi Publishing, 2024.

[6] Yüce, Salim. *Lineer Cebir*. 8th ed., Pegem Akademi Publishing, 2025.

[7] Yüce, Salim. *Sayılar ve Geometri*. 1st ed., Pegem Akademi Publishing, 2020.

[8] Yüce, Salim. *Öklid Uzayında Diferansiyel Geometri*. 10th ed., Pegem Akademi Publishing, 2024.

Recommended Readings:

Kisil, Vladimir V. *Geometry of Möbius Transformations: Elliptic, Parabolic and Hyperbolic Actions of $SL_2(\mathbb{R})$* . Imperial College Press, London, 2012.

Barrett, O' Neill. *Semi Riemannian Geometry*. Academic Press, New York 1983.

Rosenfeld, Brian A. *A history of non-Euclidean geometry: evolution of the concept of a geometrical space*. Springer, New York, 1988.

Course Learning Outcomes

- Upon successful completion of the course, students will be able to
1. Express the axioms of euclidean geometry, the emergence of non-euclidean geometries, and fundamental information about these geometries.
 2. Analyze the nine different plane geometries of Cayley-Klein and the corresponding distance and angle measures associated with them.
 3. Explain affine cayley-klein plane geometries and their properties.
 4. Express the fundamental concepts of Minkowski (Lorentz) geometry and Galilean geometry.
 5. Interpret basic linear algebra concepts within Affine Cayley-Klein Planes.
 6. Analyze curves in Affine Cayley-Klein planes.
 7. Express the relationships between plane geometries and number geometries by utilizing the connection between the generalized complex plane and generalized complex numbers.

EVALUATION SYSTEM

Activities	Number	Percentage of Grade
Attendance/Participation		
Laboratory		
Application		
Field Work		
Special Course Internship		
Quizzes/Studio Critics: • Content: Comprehensive questions covering all topics addressed up to the exam week • Format: Face-to-face multiple-choice quiz (5-10 minutes) • Detailed Assessment Criteria: -Ability to solve problems related to the theoretical topics covered in the course	4	%20
Homework Assignments		
Presentations/Jury		



Project		
Seminar/Workshop		
Midterms: Content: Comprehensive questions covering all topics addressed up to the exam week Format: Face-to-face written exam. (90 minutes). Detailed Assessment Criteria: -Demonstration of understanding of the fundamental concepts of the course -Ability to solve problems related to theoretical topics -Ability to carry out theoretical reasoning processes	1	%40
Final: Content: Comprehensive questions covering the entire content of the course Format: Face-to-face written exam. (90 minutes). Detailed Assessment Criteria: -Ability to apply advanced problem-solving skills -Demonstration of a thorough understanding of all topics covered in the course	1	%40
Percentage of In-Term Studies		%60
Percentage of Final Examination		%40
TOTAL		%100

WEEKLY SUBJECTS AND RELATED PREPARATION STUDIES

WEEKS	COURSE OUTLINE	Related Preparation
1	Lecture: Postulates of Euclidean geometry, the emergence of non-Euclidean geometries, and basic concepts related to these geometries Quick Practice (5 minutes): Explaining why there was a need for non-Euclidean geometry In-Class Discussion (5 minutes): Discussing the fundamental differences of non-Euclidean geometries, the effects of the parallel postulate on geometry, and “The emergence and impact of non-Euclidean geometry in the history of science”	1. Reading sections on the concepts of affine space and Euclidean space. Source: Coursebook, 2–7. 2. Reading sections that include basic information about Euclidean and non-Euclidean geometries. Sources: [1], 1–13. [2], 1-5.
2	Lecture: The nine different plane geometries of Cayley-Klein Quick Practice (5 minutes): Providing specific examples from the nine Cayley-Klein plane geometries and having students identify which geometry is being referenced based on the given examples In-Class Discussion (5 minutes): Classifying the nine Cayley-Klein plane geometries, understanding their fundamental properties, and discussing their potential connections to nature, physics, and everyday life	1. Reading the sections related to the nine different Cayley-Klein plane geometries. Source: Coursebook, 214–242.
3	Lecture: Distance (elliptic, parabolic, hyperbolic) and angle (elliptic, parabolic, hyperbolic) measurements in Cayley-Klein geometries	1. Reviewing and reinforcing the basic metric concepts in Euclidean space. Source: [6], 49–53. 2. Reading sections covering distance and angle measurements (elliptic, parabolic, hyperbolic) in



	Quick Practice (5 minutes): Exercises involving calculation of distance and angle measurements in elliptic, parabolic, and hyperbolic Cayley-Klein geometries using formulas and models In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the topic “Do angles and distances change depending on the geometry?” Quiz 1 (15 minutes): A quiz at the end of the class covering the topics taught during the first and second weeks	Cayley-Klein geometries. Source: Coursebook, 214–242. 3. Quiz 1: (topics covered in weeks 1 and 2) Source: Coursebook, 214-242. [1], 1–13. [2], 1-5.
4	Lecture: Affine Cayley-Klein plane geometries Quick Practice (5 minutes): Exercises on the types of affine Cayley-Klein plane geometries In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on which affine Cayley-Klein plane geometry is closer to the real world	1. Reading sections covering affine Cayley-Klein plane geometries. Source: [3], 219–237.
5	Lecture: Fundamental concepts of Minkowski (Lorentz) geometry: special lines, distance, circle Quick Practice (5 minutes): Exercises where students identify the types of vectors (time-like, space-like, light-like) in the Minkowski plane and perform basic calculations applying the Minkowski metric In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the resolution of the twin paradox within Minkowski space	1. Reviewing and reinforcing Minkowski space and its fundamental algebraic properties. Source: [6], 548-569. 2. Reading sections covering fundamental concepts of Minkowski (Lorentz) geometry. Source: Coursebook, 174-182.
6	Lecture: Fundamental concepts of Minkowski (Lorentz) geometry: angle, triangles Quick Practice (5 minutes): Exercises to distinguish the differences between Minkowski (Lorentz) geometry and classical geometry by classifying various vectors drawn in the Minkowski plane using the concept of the light cone In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the relationship between Minkowski (Lorentz) geometry and General Relativity Quiz 2 (15 minutes): A quiz at the end of the class covering the topics taught in the course up to the end of week 5	1. Reading sections covering fundamental concepts of Minkowski (Lorentz) geometry. Source: Coursebook, 182–201. 2. Quiz 2: (all topics covered up to the end of week 5) Sources: Coursebook, 174-182; 214-242. [1], 1–13. [2], 1-5. [3], 219-237.
7	Lecture: Fundamental concepts of Galilean geometry: distance, angle, triangles, quadrilaterals Quick Practice (5 minutes): Applying Galilean transformation formulas through examples. In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the topic “Time is the same for all observers in Galilean geometry.”	1. Reviewing and reinforcing the fundamental concepts of the Galilean plane. Source: [7], 147-162. 2. Reading sections covering fundamental concepts of Galilean geometry. Source: Coursebook, 33-77.
8	Midterm 1	Review of all topics covered up to the exam week.
9	Lecture: Fundamental concepts of Galilean geometry: circles and cycles Quick Practice (5 minutes): Exercises involving solving various problems (e.g., motion problems) using Galilean transformations In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the relationship between Galilean geometry and various	1. Reading sections covering fundamental concepts of Galilean geometry. Source: Coursebook, 77-90.



	technologies (e.g., GPS technology)	
10	Lecture: Basic linear algebra concepts in Affine Cayley-Klein planes Quick Practice (5 minutes): Exercises involving linear transformations in affine Cayley-Klein planes. In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the geometric effects of linear transformations in affine Cayley-Klein planes, especially on lines and points. Quiz 3 (15 minutes): A quiz at the end of the class covering the topics taught in the course up to the end of week 9.	1. Reading sections covering affine Cayley-Klein plane geometries. Source: [3], 219-237. 2. Quiz 3: (all topics covered up to the end of week 9). Sources: Coursebook, 33-90; 174-201; 214-242. [1], 1-13. [2], 1-5. [3], 219-237.
11	Lecture: Curves in affine Cayley-Klein planes Quick Practice (5 minutes): Exercises on finding the Frenet vector fields of curves in affine Cayley-Klein planes In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on which geometric properties of curves in affine Cayley-Klein planes are preserved and which change	1. Reviewing and reinforcing the basic concepts of curves in the Euclidean plane. Source: [8], 173-191. 2. Reading sections covering affine Cayley-Klein plane geometries. Source: [3], 219-237.
12	Lecture: Generalized complex plane Quick Practice (5 minutes): Exercises to understand the algebraic operations of generalized complex numbers using their basic definitions In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on “How do generalized complex numbers differ from complex numbers? What kinds of applications can these differences lead to in mathematics and physics?”	1. Reviewing and reinforcing the properties of the generalized complex plane. Source: [7], 14-21. 2. Reading sections covering generalized complex plane. Source: [4], 1-22.
13	Lecture: Generalized complex plane and its geometry Quick Practice (5 minutes): Exercises to familiarize students with operations involving generalized complex numbers and to understand the geometric structures these numbers define on the plane through examples In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the question, “Does geometry change if the number system changes?” Quiz 4 (15 minutes): A short quiz at the beginning of the lesson, covering topics assigned as pre-class preparation within the flipped learning framework	1. Reading sections covering generalized complex plane and its geometry. Source: [4], 1-22. 2. Quiz 4: (topics on generalized complex plane and its geometry) Source: [4], 1-22.
14	Lecture: The relationship between plane geometries and number geometries Quick Practice (5 minutes): Exercises to help students understand the effects of different number systems on plane geometries and grasp the foundation of the number-geometry relationship through examples In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the question, “How does a change in a number system affect the associated plane geometry?”	1. Reading the section on generalized complex numbers and the affine Cayley-Klein plane. Source: [7], 218-257. 2. Reading sections covering the relationship between plane geometries and number geometries. Source: [4], 26-95.
15	Lecture: An approach to non-Euclidean geometries using programming languages Quick Practice (5 minutes): Introduction to programming languages	1. Preparing and demonstrating code in Matlab, Maple, Mathematica, or Python for linear algebra applications in the affine Cayley-Klein plane.



	In-Class Discussion (5 minutes): Discussion on the importance of knowing programming languages	
16	Final	Review of all topics covered.

ECTS WORKLOAD TABLE

Activities	Number	Duration (Hour)	Total Workload
Course Hours	14	3	42
Laboratory			
Application			
Field Work			
Study Hours Out of Class	14	3	42
Special Course Internship (Work Placement)			
Homework Assignments			
Quizzes/Studio Critics	4	3	12
Project			
Presentations / Seminar			
Mid-Terms (Examination Duration + Examination Prep. Duration)	1	25	25
Final (Examination Duration + Examination Prep. Duration)	1	35	35
Total Workload:			156
Total Workload / 30(h):			5.2
ECTS Credit:			5



Ders Öğrenim Çıktısı & Program Çıktısı Matrisi

	DÖC-1	DÖC-2	DÖC-3	DÖC-4	DÖC-5	DÖC-6	DÖC-7
PC-1 Geometri, analiz, lineer cebir, soyut matematik, cebir ve diferansiyel denklemler gibi matematiğin temel alanlarındaki tanımları ve teoremleri ifade edebilecek, bunlar arasında ilişki kurabilecek ve teoremlerin uygulamalarını açıklayabileceklerdir. / State the definitions and theorems in fundamental areas of mathematics such as geometry, analysis, linear algebra, abstract mathematics, and differential equations, establish connections between them and explain their applications.	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>5</u>
PC-2 Matematik alanındaki teorik ve uygulamalı bilgilerini ve matematiksel düşünme becerilerini kullanarak standart ve karmaşık matematiksel problemleri tanımlayabilecek ve analitik ve/veya sayısal yöntemlerle çözebilecek ve matematiksel bir önermenin geçerliliğini farklı ispat yöntemleri ile ispatlayabileceklerdir. / Identify standard and complex mathematical problems, solve these problems with analytical and/or numerical methods and prove the validity of a mathematical proposition through various proof techniques using their theoretical and applied knowledge of mathematics and mathematical thinking skills.	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>4</u>
PC-3 Matematik alanındaki teorik ve uygulamalı bilgilerini ve matematiksel düşünme becerilerini kullanarak gerçek hayattaki problemlerin matematiksel modellerini geliştirebilecek ve bu modelleri kullanarak problemlere geçerli çözümler üretebileceklerdir. / Develop mathematical models for real-life problems and generate valid solutions based on these models using their theoretical and applied knowledge of mathematics and mathematical thinking skills.	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>4</u>
PC-4 Disiplinlerarası bir	<u>5</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>3</u>



yaklaşım, farklı alanlarda edinmiş oldukları bilgileri sentezleyebileceklerdir. / Synthesise knowledge acquired from different disciplines through an interdisciplinary approach.							
PC-5 Matematik alanında edindikleri bilgi birikimlerini ve matematiksel düşünme becerilerini, teorik matematik, yazılım, finans ve yönetim matematiği, biyomatematik, veri bilimi ve finansal istatistik yöntemleri gibi disiplin-içi ve disiplinlerarası uzmanlık alanlarında geliştirebileceklerdir. / Advance their acquired knowledge in mathematics and mathematical thinking skills in both disciplinary and interdisciplinary areas of specialisation such as pure mathematics, software, financial and managerial mathematics, biomathematics, data science, and financial statistical methods.	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>4</u>
PC-6 Matematik alanında yaygın olarak kullanılan en az bir programlama dili ile bilgisayar ve yapay zekâ teknolojilerini, problemleri çözmek, veri analizi yapmak ve simülasyonlar gerçekleştirmek için kullanabileceklerdir. / Use at least one programming language and computer and artificial intelligence technologies widely employed in mathematics for problem-solving, data analysis, and simulations.	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>5</u>
PC-7 Matematik ve ilgili alanlardaki bilimsel ve teknolojik gelişmeleri izleyebilecek, kariyer fırsatlarını değerlendirerek kişisel ve mesleki gelişim hedeflerini belirleyebilecek ve bu hedeflere ulaşmak için hayat boyu öğrenme stratejilerini kullanabileceklerdir. / Follow scientific and technological developments in mathematics and related fields, assess career opportunities, identify personal and professional development goals, and adopt lifelong learning strategies to achieve these goals.	=	=	=	=	=	=	=
PC-8 Bilimsel araştırmalarını ve mesleki	=	=	=	=	=	=	=



faaliyetlerini yürütürken doğabilecek hukuksal sonuçları ve toplumsal etkileri dikkate alarak mesleki etik ilkeler, kalite standartları ile evrensel değerler doğrultusunda ve sosyal sorumluluk bilinci ve adalet duygusuyla hareket edebileceklerdir. / Act with a sense of social responsibility and justice and in accordance with professional ethical principles, quality standards, and universal values by taking into account potential legal and societal consequences of their scientific research and professional activities.							
PC-9 Bireysel olarak ya da takımlarda etkin biçimde çalışabileceklerdir. / Work effectively both independently and as part of a team.	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>3</u>
PC-10 Matematik alanında güvenilir bilgi kaynaklarına ulaşarak literatür taraması yapabilecek ve akademik araştırma tasarlayıp yürütebileceklerdir. / Access reliable sources of information, conduct literature reviews, and design and carry out academic research in the field of mathematics.	=	=	=	=	=	=	=
PC-11 Matematiksel konuları, teorileri, ispatları, araştırmaları ve problem çözümlerini, matematik terminolojisi kullanarak tüm paydaşlara Türkçe ve İngilizcede sözlü ve yazılı olarak etkili biçimde aktarabileceklerdir. / Effectively communicate mathematical topics, theories, proofs, research, and problem solutions to all relevant stakeholders using appropriate mathematical terminology, both orally and in writing, in Turkish and in English.	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>4</u>